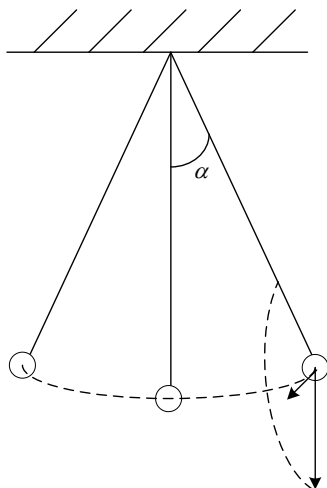


101學年度高級中學自然學科競賽第8區複賽

物理科筆試試題參考解

【第一題】 在物理上，慣性質量 m_i 反映物體改變運動狀態的難易程度。從 $F = m_i a$ 可看出：該特性愈大，抗拒外力愈強（ $m_i \uparrow, a \downarrow$ ），故稱之“慣性”質量（就像人的習慣或惰性般）；而重力質量 m_g 則是描述吸引別的物體之能力。從 $F = \frac{Gm_g M_g}{r^2}$ 知，此特性愈大，吸引力愈強（就像人的媚力指數般）。若從以上的觀點，物體的 m_i 及 m_g 是二種不同的概念。早期物理學家即以單擺實驗來“證明”： m_i 與 m_g 的比值，不因物質的種類或大小而改變，而是一定值，故我們才可依此歸一至 $m_i = m_g$ 。請您們也以所學之單擺知識來“證明”上述現象(框線內者)。(Hint：可先找出單擺週期 T 和 m_i 及 m_g 之關係)

【參考解】



$$F = m_i a$$

$$m_g g \sin \alpha = m_i \frac{d^2(\alpha \ell)}{dt^2}$$

$$\therefore m_g g \alpha \cong m_i \ell \ddot{\alpha} (\alpha \ll 1)$$

$$\therefore \ddot{\alpha} \neq \frac{m_g g}{m_i \ell} \alpha = 0$$

$$\therefore \alpha = \sin - \sqrt{\frac{m_g g}{m_i \ell}} t$$

$$\therefore \sqrt{\frac{m_g g}{m_i \ell}} \cdot T = 2\pi$$

$$\therefore T = 2\pi \sqrt{\frac{m_i \ell}{m_g g}}$$

【第二題】 在 $t=0$ 時，有一質量 1 kg 之靜止物體，受一力 F 。 F 與時間的關係為， $F(t)=1+t$ （單位是 N ）。請從極限概念出發（勿直接用微分或積分公式），求出在 $t=1$ 時，此物體的位置。

【參考解】

$$F = m \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \Delta v = \frac{F}{m} \Delta t = (1+t) \Delta t$$

在 $0 \sim t_0$ 內分 N 等分

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{t_0}{N}; t = \frac{it_0}{N} (i = 0, 1, \dots, N-1)$$

$$\Rightarrow \sum \Delta v = \sum (1+t) \Delta t$$

$$\therefore v = \sum_{i=1}^N \left(1 + \frac{it_0}{N}\right) \frac{t_0}{N} = t_0 + \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N i = t_0 + \frac{1}{N^2} \frac{N(N+1)t_0^2}{2} \rightarrow t_0 + \frac{t_0^2}{2}$$

$$\therefore \text{在 } t=t_0 \text{ 時之速度 } v = t_0 + \frac{t_0^2}{2}$$

$$\text{即 } v = v(t) = t + \frac{t^2}{2}$$

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$\therefore \Delta S = v \Delta t$$

在 $0-1$ 內分 N 等分

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{1}{N}; t = \frac{i}{N}$$

$$\therefore \sum \Delta S = \sum v \Delta t$$

$$\therefore S - S_0 = \sum \left[\left(\frac{i}{N}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{i}{N}\right)^2 \right] \frac{1}{N} = \frac{1}{N^2} \sum i + \frac{1}{2N^3} \sum i^2$$

$$= \frac{1}{N^2} \frac{1}{2} (N+1)N + \frac{1}{2N^3} \frac{(N+1)N(2N+1)}{6} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$$

【第三題】

假設地球半徑約為 6400Km，請利用你所知道之物理現象與定律來估計

- (1) 大氣層氣體重量
- (2) 假設重力常數 g 維持不變($g = 10.0$), 由(1)之結果估計大氣層氣體質量
- (3) 估計地表大氣密度
- (4) 由(2),(3)之結果估計大氣層厚度
- (5) 討論(4)之誤差

【參考解】

地表之大氣壓力 $P = 1.0 \times 10^5$ (Pa)

(1) 大氣層重量 $W = P \times A = (1.0 \times 10^5) \times (4 \times \pi \times 6400000^2) = 5.1 \times 10^{19}$ (N)

(2) 大氣層氣體質量 $M = W/g = \frac{5.1 \times 10^{19}}{10.0} = 5.1 \times 10^{18}$ (Kg)

(3) 假設地表大氣中之氣體成分為 80% 的 N_2 及 20% 的 O_2 , 則空氣之莫耳質量為 $m = 0.03$ (kg/mol), 由理想氣體方程式: $pV = nRT$, 可知地表氣體密度

$$\rho = \frac{pm}{RT} = \frac{(1.0 \times 10^5) \times (0.03)}{(8.21) \times (300)} = 1.2 \text{ (kg/m}^3\text{)}$$

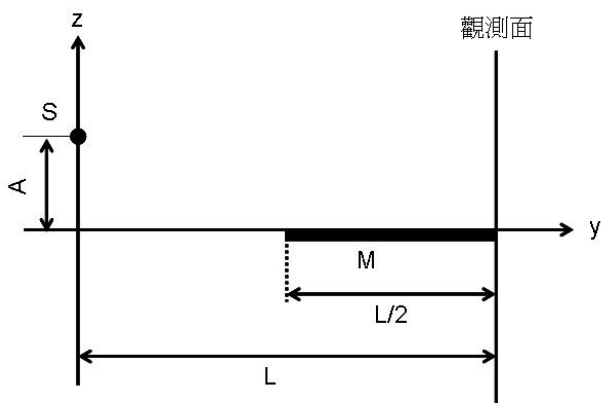
(4) 大氣層體積 $V = \text{mass/density} = 5.1 \times \frac{10^{18}}{1.2} = 4.25 \times 10^{18}$ (m^3)

$$\text{大氣層厚度 } h = V/A = \frac{4.25 \times 10^{18}}{4 \times \pi \times 6400000^2} = 8300 \text{ (m)}$$

(5) 大氣層氣體為可壓縮流體, (4) 密度為地表密度其值過大, 故計算所得之 h 較小

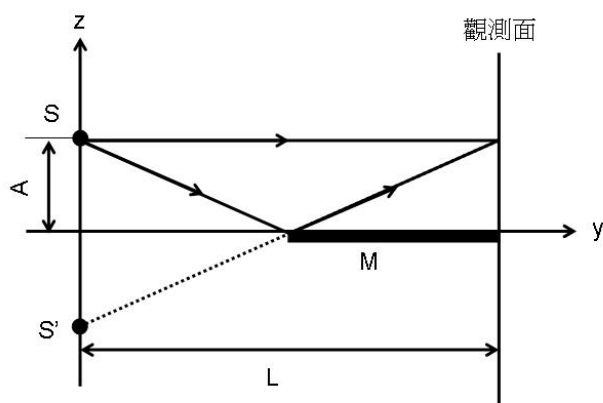
【第四題】

如圖所示，S 為點光源，波長為 $\lambda = 500nm$ ，置於 z 軸 $A = 1cm$ 處；M 為反射面，其長度為 $50cm$ ；請問在距光源 $L = 100cm$ 之觀測面上可觀察到幾條亮紋？



【參考解】

經鏡面反射之光線可視為虛擬光源 S' 所射出，因此在觀測面上所觀察到之干涉可視為 S 與 S' 所形成之雙狹縫干涉條紋。由於經鏡面之反射光與原入射光相位差為 π ，因此鏡面與觀測面交接處為暗紋。



$$\text{亮紋之間距 } \Delta = \frac{\lambda L}{2A},$$

$$\text{第一亮紋之位置 } z_1 = \frac{1}{2}\Delta = \frac{\lambda L}{4A},$$

$$\text{第 } n \text{ 亮紋之位置 } z_n = (n - \frac{1}{2})\Delta = (n - \frac{1}{2}) \times (\frac{\lambda L}{2A}).$$

假設最大亮紋數為 m ，則 $z_m < A$ ，因此

$$z_m = (m - \frac{1}{2}) \times (\frac{\lambda L}{2A}) < A,$$

可得 $m < \frac{1}{2} + \frac{2A^2}{\lambda L} = 400.5$ ，所以 m 之最大整數值 = 400。

因此在觀測面上可觀察到 400 條亮紋。