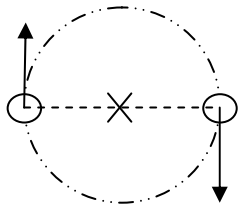
101學年度高級中學數理及資訊學科能力競賽台灣省第10區複賽
物理科筆試參考解

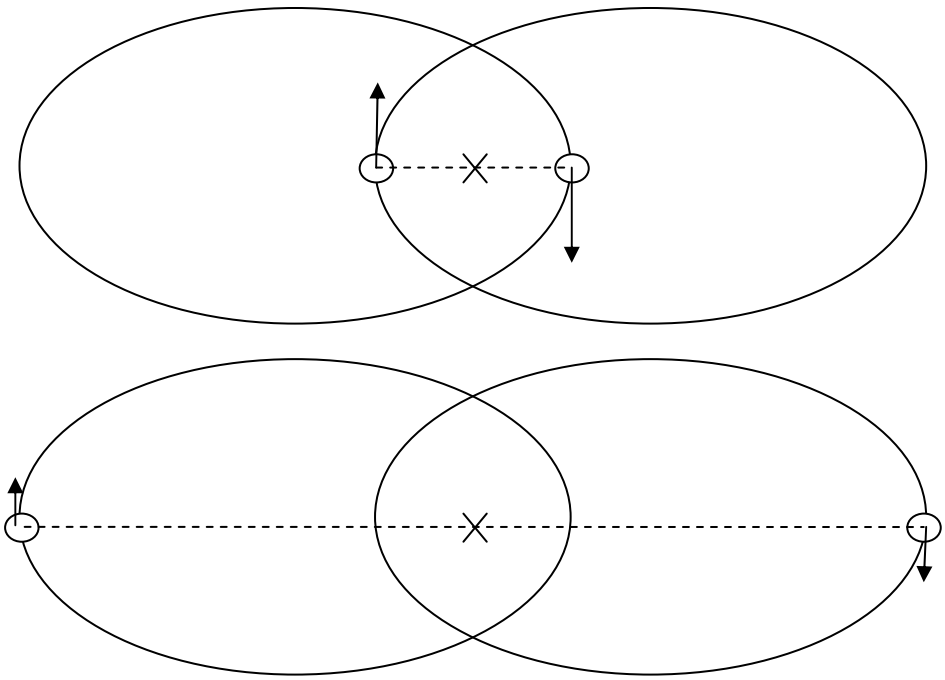
【第一題】
【參考解】

(a) 釋放後速率維持不變，則兩球間的靜電力等於兩球互繞系統質心的向心力(如圖)。



假設質量為 m，則 $m\dfrac{v_0^2}{(d_0/2)}=\dfrac{kq^2}{d_0^2}$ $\quad\therefore\quad m=\dfrac{kq^2}{2d_0v_0^2}$

(b) 釋放後速率變小，根據角動量守恆，兩球距離將增加，則它們仍互繞系統質心，但方式不同於(a)，每一顆球的運行方式類似克卜勒第二定律（如圖）



速率最小值為 v，假設此時距離為 d，根據角動量守恆

$$L = 2\times mv_0(d_0/2) = 2\times mv(d/2)$$

$$\therefore\ d = d_0\ v_0/v$$

另外釋放後，雖然速率有變，但總能量也是守恆

$$E = 2\times mv_0^2/2 - kq^2/d_0 = 2\times mv^2/2 - kq^2/d$$

$$\therefore\ mv_0^2 - kq^2/d_0 = mv^2 - kq^2/d_0\ (v/v_0)$$

$$\Rightarrow\ m(v_0^2 - v^2) = kq^2/d_0\ (1-v/v_0)$$

$$\Rightarrow\ m = kq^2/(d_0\ v_0(v_0 + v))$$

【第二題】
【參考解】

假設爆炸點的高度是 h，一、二、三號碎片在爆炸瞬間獲得的鉛直方向速度為 v_1、v_2、v_3；因為在爆炸前處於最高點，已經沒有鉛直方向速度，爆炸前後鉛直方向動量守恆，所以

$$v_1 + v_2 + v_3 = 0 \qquad (1)$$

(a) 因為落下時間只跟鉛直方向速度有關，所以根據運動定律可以得到以下三個式子:

$$h + v_1 t - gt^2/2 = 0 \qquad (2)$$

$$h + v_2(2t) - g(2t)^2/2 = 0 \qquad (3)$$

$$h + v_3(3t) - g(3t)^2/2 = 0 \qquad (4)$$

(2)×3+(3)×3/2+(4)得

$$\frac{11}{2}h + 3(v_1 + v_2 + v_3)t - 9gt^2 = 0 \qquad (5)$$

(1)代入(5) 得

$$\frac{11}{2}h - 9gt^2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad h = 18gt^2/11 \qquad (6)$$

(b) (6) 代回(2)、(3)、(4) 得

$$v_1 = -25gt/22$$

$$v_2 = +4gt/22 = +2gt/11$$

$$v_3 = +21gt/22$$

$$\Rightarrow \quad v_1 : v_2 : v_3 = -25 : 4 : 21$$

【第三題】
【參考解】

(1) 先計算出第一段路程的加速度 a 值

$$v_f = v_0 + at \Rightarrow 10 = 0 + a \cdot 2 \Rightarrow a = 5\text{m/s}^2$$

計算出此路程之距離為

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 0 \times 2 + \frac{1}{2} \times 5 \times 2^2 = 10\,\text{m}$$

因此第二段路程之距離為 100m－10m＝90m

此路程所費時間為 90m÷10m/s=9.0s

所以整個 100m 路程花費總時間為 2.0s+9.0s=11.0s

整個過程之平均速率 $v_{\text{av}} = \dfrac{100\text{m}}{11.0\text{s}} = 9.09\text{m/s} = \dfrac{9.09 \times 10^{-3}\text{km}}{(1/3600)\text{h}} = 32.7\text{km/h}$

比市區機車之限速 40km/h 小。

(2) 第一段路程運動員的身體機能供其所施之定力的大小為

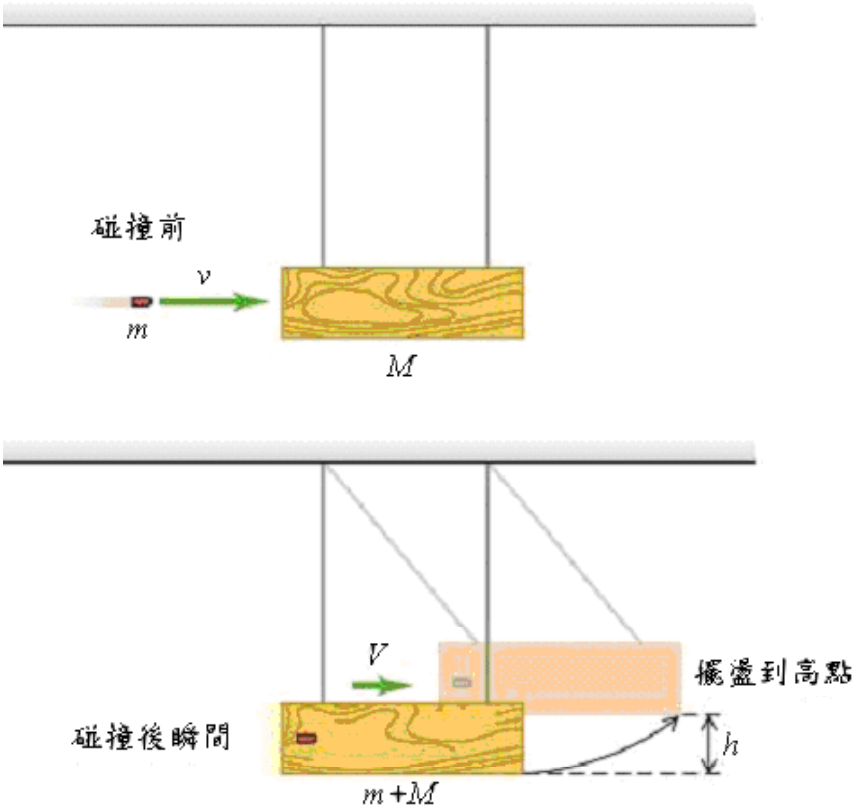
$ma + 250\text{nt} = 50\text{kg} \times 5\text{m/s}^2 + 250\text{nt} = 500\text{nt}$

第二段路程維持相同的身體機能也能施相同的定力 500nt，但並未造成有效加速，所以此段之平均阻力為 500nt，

阻力作功或施力作功為 $W = FS = 500 \times 90 = 45000\text{J}$，

此即為浪費掉的能量。

【第四題】
【參考解】
「利用衝擊擺求子彈的速度」



以兩個階段來分析這個事件：

(一) 子彈嵌入木塊

(二) 木塊在線上的擺盪

在第一個階段，子彈迅速地把自己嵌入木塊，使得木塊沒有時間明顯地移動。吊線保持近乎垂直，所以可以忽略作用在子彈與木塊之系統的水平外力，且動量的水平分量守恆。機械能在這個階段不守恆，因為有一個非保守力作功(子彈和木塊之間的摩擦力)。

在第二個階段，木塊和子彈如一個物體般運動。作用在這一個物體的力是重力(保守力)以及線張力(沒有作功)。因此，當木塊向右上方擺盪時，機械能守恆。動量在這個階段不守恆，因為有一個淨外力(當線傾斜時，重力和線張力不能抵消)。

假設擺的質量為 M，子彈穿入合為一體，上升高度為 h。

先計算前段完全非彈性碰撞下，擺與子彈合體碰撞後的速度。

利用碰撞前後動量守恆 $mv=(m+M)V$，可得碰撞前子彈速度 v 和碰撞後合體速度 V 的關係：

$$v=\frac{(m+M)V}{m}$$

後段除重力外無任何外力，滿足機械能守恆。

最低點位能為 0，動能為 $\frac{1}{2}(m+M)V^2$

最高點位能為 $(m+M)gh$，動能為 0。

所以 $0+\frac{1}{2}(m+M)V^2=(m+M)gh+0$，求出 V 代回前式，即得子彈的速度為 $v=\frac{(m+M)\sqrt{2gh}}{m}$