

101 學年高中台南區複賽實驗一參考解(oct26 修正版)：

【實驗設計】

將重 $W_{\text{木}}$ 之木棒與 n 條(or N 條)與 $(n+m)$ 條(or $(N+m)$ 條)重 W 之迴紋針固定之後讓其分別豎浮於清水及待測液中，利用浮體原理，即浮體重等於液面下的體積乘以液體密度，如下式推導即可求出待測液之密度。

$$\begin{cases} W_{\text{木}} + nW = W_n = D_{\text{水}} \times (V_{\text{木}} + nV) = D_{\text{水}} (Ax_n + nV_{\text{針}}) \cdots \text{式(1)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} W_{\text{木}} + (n+m)W = W_{n+m} = D_{\text{水}} \times (V_{\text{木}}' + (n+m)V) = D_{\text{水}} (Ax_{n+m} + (n+m)V_{\text{針}}) \cdots \text{式(2)} \end{cases}$$

$$\text{式(1)} \times (n+m) - \text{式(2)} \times n$$

$$\Rightarrow mW_{\text{木}} = D_{\text{水}} A((n+m)x_n - nx_{n+m}) \cdots \text{式(3)}$$

$$\begin{cases} W_{\text{木}} + nW = W_n = D_{\text{待測}} \times (V_{\text{木}}'' + nV) = D_{\text{待測}} (Ay_n + nV_{\text{針}}) \cdots \text{式(4)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} W_{\text{木}} + (n+m)W = W_{n+m} = D_{\text{待測}} \times (V_{\text{木}}''' + (n+m)V) = D_{\text{待測}} (Ay_{n+m} + (n+m)V_{\text{針}}) \cdots \text{式(5)} \end{cases}$$

$$\text{式(4)} \times (n+m) - \text{式(5)} \times n$$

$$\Rightarrow mW_{\text{木}} = D_{\text{待測}} A((n+m)y_n - ny_{n+m}) \cdots \text{式(6)}$$

$$\begin{cases} W_{\text{木}} + NW = W_N = D_{\text{待測}} \times (V_{\text{木}}'' + NV) = D_{\text{待測}} (Ay_N + NV_{\text{針}}) \cdots \text{式(4a)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} W_{\text{木}} + (N+m)W = W_{N+m} = D_{\text{待測}} \times (V_{\text{木}}''' + (N+m)V) = D_{\text{待測}} (Ay_{N+m} + (N+m)V_{\text{針}}) \cdots \text{式(5a)} \end{cases}$$

$$\text{式(4a)} \times (N+m) - \text{式(5a)} \times N$$

$$\Rightarrow mW_{\text{木}} = D_{\text{待測}} A((N+m)y_N - Ny_{N+m}) \cdots \text{式(6a)}$$

由式(3)及式(6)得

$$D_{\text{水}} A((n+m)x_n - nx_{n+m}) = D_{\text{待測}} A((n+m)y_n - ny_{n+m})$$

$$\text{已知 } D_{\text{水}} = 1.0 \text{ g/cm}^3, \text{ 故 } D_{\text{待測}} = \frac{A((n+m)x_n - nx_{n+m})}{A((n+m)y_n - ny_{n+m})} \times 1.0 = \frac{(n+m)x_n - nx_{n+m}}{(n+m)y_n - ny_{n+m}}$$

或由式(3)及式(6a)得

$$D_{\text{水}} A((n+m)x_n - nx_{n+m}) = D_{\text{待測}} A((N+m)y_N - Ny_{N+m})$$

$$\text{故 } D_{\text{待測}} = \frac{A((n+m)x_n - nx_{n+m})}{A((N+m)y_N - Ny_{N+m})} \times 1.0 = \frac{(n+m)x_n - nx_{n+m}}{(N+m)y_N - Ny_{N+m}}$$

因此只要將迴紋針數量差相同的測量 data 代入上式即可算出待測液之密度。

【實驗步驟】

1. 於木棒長條面畫上刻度，或取一長條狀方格紙以透明膠帶封貼於木棒側面作為刻度用。

2. 將適量支迴紋針纏繞懸掛在木棒下端，並使木棒能豎立浮於液體中。
3. 使木棒豎立浮於清水中，將此時刻度視為讀數 x ，記錄迴紋針數目與讀數 x 之關係。
4. 使木棒豎立浮於待測液體中，將此時刻度視為讀數 y ，記錄迴紋針數目與讀數 y 之關係。
5. 迴紋針數目相差皆為 m 時，選取相對應之 x 及 y 值，則待測液體之密度

$$D_{\text{待測}} = \frac{(n+m)x_n - nx_{n+m}}{(N+m)y_N - Ny_{N+m}} \text{ 即可求出。}$$

【數據記錄】

1. 使木棒豎立浮於清水中

迴紋針數目 n	1	2	3	4	5	6	7
液體種類	水	水	水	水	水	水	水
讀數 x (cm)			9.10	10.00	10.90	11.80	
備註	傾斜	傾斜	略斜				下沉

2. 使木棒豎立浮於待測液體中

迴紋針數目 N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
液體種類	待測	待測	待測	待測	待測	待測	待測	待測	待測	待測
讀數 y (cm)				8.10	8.90	9.60	10.40	11.10	11.90	
備註	傾斜	傾斜	傾斜	略斜					略觸底	下沉

【計算結果】

迴紋針數量差 m	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2
水中迴紋針數 n	3	3	3	4	4	4	4	3	3	3	3
待測液中迴紋針數 N	4	5	6	4	5	6	7	4	5	6	7
$(n+m)x_n - nx_{n+m}$ (cm)	19.2	19.2	19.2	12.8	12.8	12.8	12.8	12.8	12.8	12.8	12.8
$(N+m)y_N - Ny_{N+m}$ (cm)	15.1	15.7	15.0	10.2	10.3	10.2	10.3	10.2	10.3	10.2	10.3
$D_{\text{待測液}} (\text{g/cm}^3)$	1.27	1.22	1.28	1.26	1.24	1.26	1.24	1.26	1.24	1.26	1.24

平均值 1.25 g/cm^3

故待測液體之密度為 1.25 g/cm^3

【討論】

注意以下幾種情況，將可減少一些不必要之誤差：

- (1) 木棒豎立浮於液體中時，別呈傾斜狀態。
- (2) 全力避免將空氣封貼入木棒中或產生液體容易殘留之空間。
- (3) 於木棒上以鉛筆畫上刻度線，或將長條狀方格紙以膠帶封貼於木棒側面時，務必平行木棒方向。
- (4) 將木棒置入不同液體前，務必將其完全擦拭乾淨。
- (5) 先量測木棒浮於清水中之讀數，再量測木棒浮於待測液中之讀數。
- (6) 若纏繞外還用橡皮筋把迴紋針固定於木棒上時，要注意 $(n+m)$ 支迴紋針必須於此浮體液面下的部分有 $(n+m)$ 條橡皮筋才合宜，否則別用橡皮筋；若想用膠帶固定時亦同。
- (7) 別在迴紋針數目差小於兩個時，計算待測液密度之值。