

## 參考解答

### 1.A.單擺週期公式推導

如右圖 1 單擺力圖，法線方向上合力為零，

切線方向上合力  $F = mgsin\theta$  又  $sin\theta = \frac{x}{l}$  若

在小角度擺動條件之下  $x \approx s$ ，得  $F = -mg\frac{x}{l} = -kx = -m\omega^2x$

又因為  $T\omega = 2\pi$  移項得  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \dots \dots (1)$

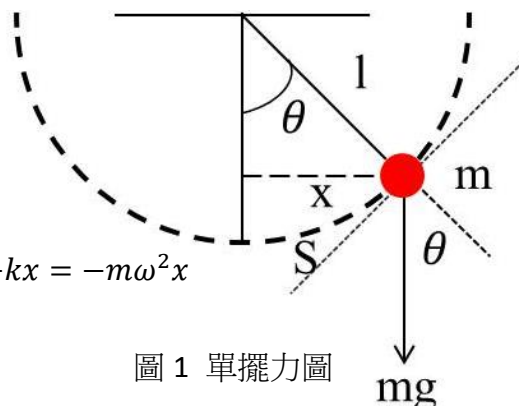


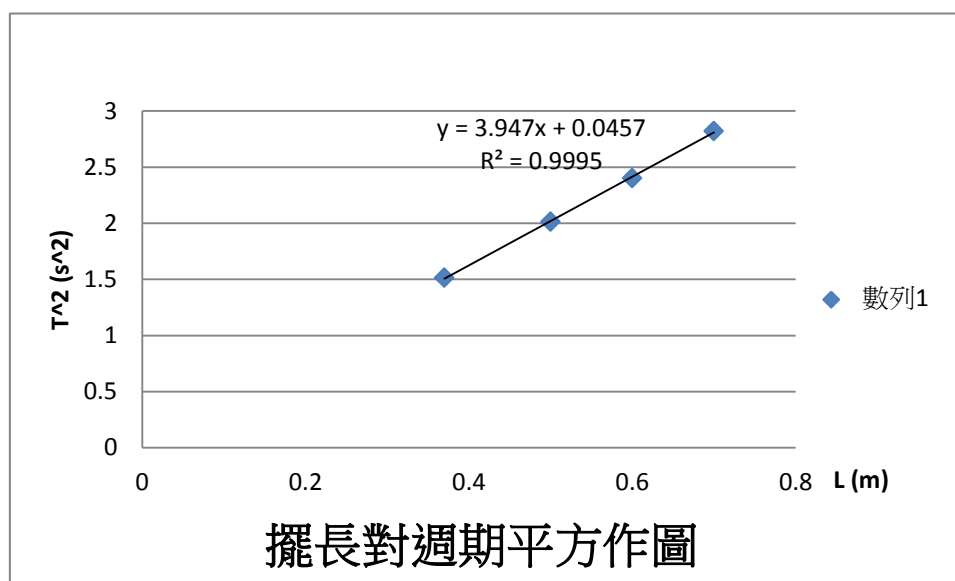
圖 1 單擺力圖

### B.作圖求 g 值

從 A 部分推導出的單擺週期公式(1)式，將其平方得  $T^2 = \frac{4\pi^2}{g}L \dots \dots (2)$

由(2)式，得知週期平方正比於擺長長度(L)，斜率為  $\frac{4\pi^2}{g}$ ，所以改變不同擺長(X 軸)對週期平方(Y 軸)作圖。

L(m)	10T1(s)	10T2(s)	10T3(s)	10T4(s)	Tavg(s)	$T^2$
0.37	12.37	12.25	12.31	12.3	1.230	1.515
0.5	14.15	14.13	14.22	14.23	1.418	2.011
0.6	15.49	15.44	15.53	15.52	1.549	2.401
0.7	16.75	16.84	16.78	16.81	1.679	2.821



由上圖得  $g = \frac{4\pi^2}{3.947} \approx 9.9 \text{ m/s}^2$

## 2.擺錘(球)下端固定小磁鐵，並在其正下方 h 處固定大磁鐵

### 對周期的影響實驗

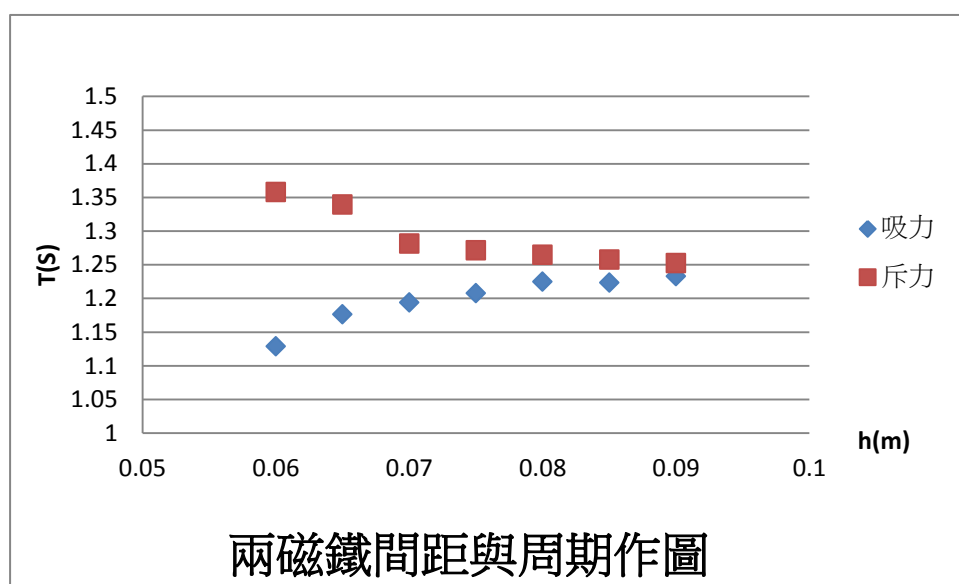
實驗中，得出單擺周期相對應於兩磁鐵間距(h)變化時之關係(包括相吸、相斥兩種狀況)，也就是以磁鐵間距對周期作圖，探討間距對周期的影響。

表一 兩磁鐵相吸(擺長為 37cm)

h(m)	10T1(s)	10T2(s)	10T3(s)	10T4(s)	10T5(s)	Tavg(s)
0.09	12.31	12.38	12.31	12.32	12.33	1.233
0.085	12.25	12.29	12.18	12.2	12.25	1.2234
0.08	12.25	12.28	12.22	12.23	12.25	1.2246
0.075	12.06	12.09	12.09	12.07	12.08	1.2078
0.07	11.78	11.97	11.93	11.95	12.06	1.1938
0.065	11.72	11.77	11.78	11.76	11.79	1.1764
0.06	11.28	11.31	11.29	11.28	11.28	1.1288

表二 兩磁鐵相斥(擺長為 37cm)

h(m)	10T1(s)	10T2(s)	10T3(s)	10T4(s)	10T5(s)	Tavg(s)
0.09	12.53	12.53	12.47	12.50	12.59	1.2524
0.085	12.56	12.53	12.63	12.57	12.59	1.2576
0.08	12.63	12.66	12.63	12.66	12.65	1.2646
0.075	12.72	12.66	12.74	12.73	12.72	1.2714
0.07	12.82	12.81	12.8	12.79	12.84	1.2812
0.065	13.44	13.31	13.41	13.42	13.39	1.3394
0.06	13.59	13.65	13.56	13.5	13.59	1.3578



當  $h=0.06\sim 0.075$  時，週期變化較大，所以在  $h=0.06\sim 0.075$  區間較為靈敏。

### 3. 推敲兩磁鐵間作用力與間距 $h$ 的 $n$ 次方成反比之可能 $n$ 值

從(1)式加入磁力影響項 $\Delta g$  得  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \pm \Delta g}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g(1 \pm \frac{\Delta g}{g})}} \dots \dots (3)$

再由泰勒展開得  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} (1 \pm \frac{\Delta g}{g})^{-\frac{1}{2}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} (1 \mp \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g}) = T_0 \mp K \Delta g \dots \dots (4)$

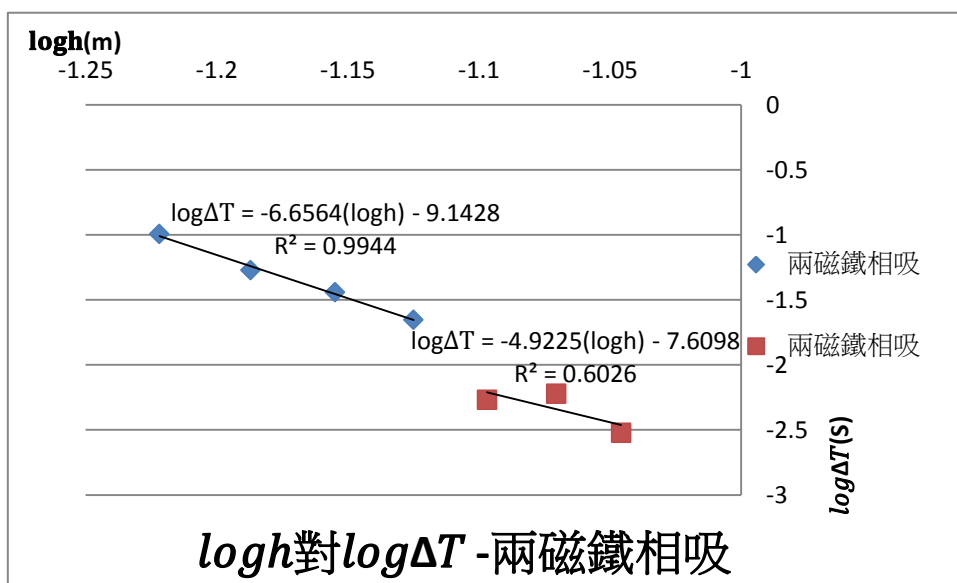
由於  $F \propto \frac{M_1 M_2}{h^n} \equiv m \Delta g$  所以  $\Delta g \propto \frac{1}{h^n} \dots \dots (5)$  將(5)式帶入(4)式得

$T = T_0 \mp \frac{A}{h^n} \rightarrow \Delta T \propto \frac{A}{h^n} \dots \dots (6)$  將(6)式取  $\log$  作圖

得  $\log \Delta T = \log A - n \log h \dots \dots (7)$

表三  $\log h$  對  $\log \Delta T$  - 兩磁鐵相吸 (擺長為 37cm)

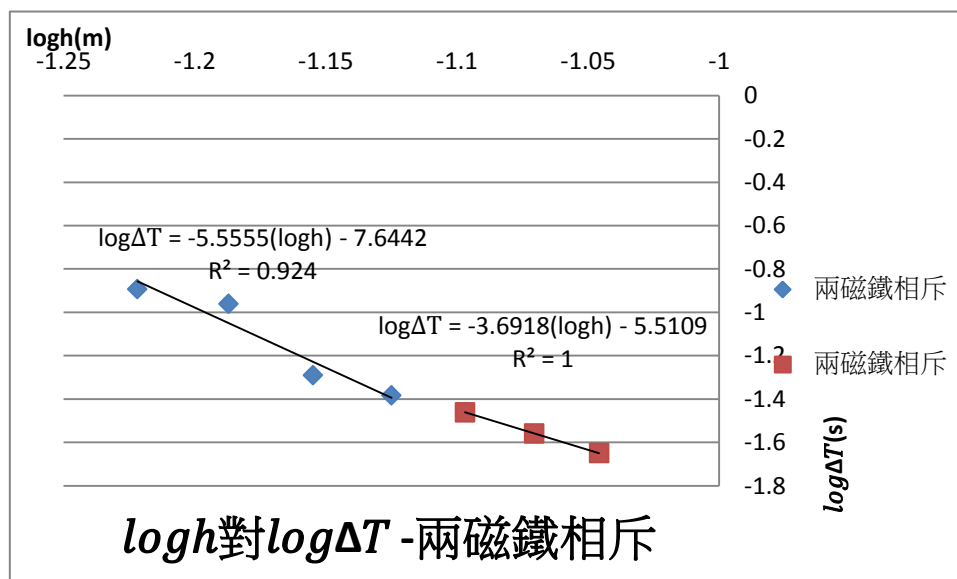
h(m)	logh	T(s)	\Delta T (s)	log\Delta T
0.09	-1.046	1.233	0.003	-2.523
0.085	-1.071	1.2234	0.006	-2.222
0.08	-1.097	1.2246	0.0054	-2.268
0.075	-1.125	1.2078	0.0222	-1.654
0.07	-1.155	1.1938	0.0362	-1.441
0.065	-1.188	1.1764	0.0536	-1.271
0.06	-1.222	1.1288	0.1012	-0.995



由圖得知在兩磁鐵相吸的情況下，靈敏區(圖中藍色點)n 值為 6.6564 ≈ 6.7  
較不靈敏區(圖中紅色點)n 值為 4.9225 ≈ 4.9

表四  $\log h$  對  $\log \Delta T$  - 兩磁鐵相斥(擺長為 37cm)

h(m)	\log h	T(s)	\Delta T (s)	\log \Delta T
0.09	-1.046	1.2524	0.0224	-1.650
0.085	-1.071	1.2576	0.0276	-1.559
0.08	-1.097	1.2646	0.0346	-1.461
0.075	-1.125	1.2714	0.0414	-1.383
0.07	-1.155	1.2812	0.0512	-1.291
0.065	-1.188	1.3394	0.1094	-0.961
0.06	-1.222	1.3578	0.1278	-0.893



由圖得知在兩磁鐵相吸的情況下，靈敏區(圖中藍色點)n 值為 5.5555 ≈ 5.6  
較不靈敏區(圖中紅色點)n 值為 3.6918 ≈ 3.7

#### 4.測量木塊中心所埋的磁鐵深度

依據先前所量得的單擺周期相對應於兩磁鐵間距變化時之關係(待答問題 2)，再進行一次測量，之後結果與表一、表二結果比較得出磁鐵所在木塊中深度( $h_1$ )。其中，圖 2 是在中心處理有深度未知磁鐵的木塊示意圖與實際木塊，紅點處為木塊之中心。而圖 3 則是進行測量時的參數假設圖。對正反面街進行測量。

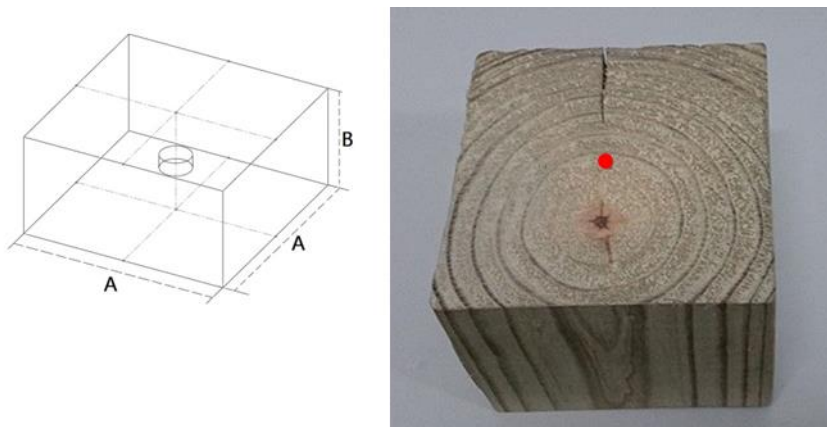


圖 2 左圖為立體示意圖;右圖為實際木塊

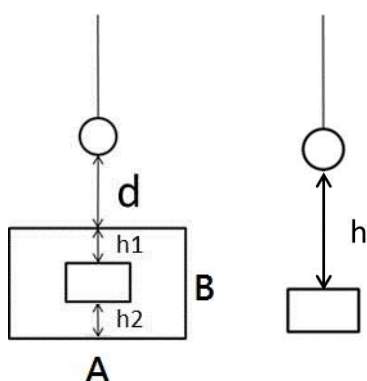


圖 3.參數假設圖

表二之相吸數據

h(m)	T(s)
0.065	1.1764
0.07	1.1938
0.075	1.2078
0.08	1.2246

表三之相斥數據

h(m)	T(s)
0.065	1.3394
0.07	1.2812
0.075	1.2714
0.08	1.2646

表五 正面 (擺長為 37cm)

d(cm)	10T1(s)	10T2(s)	10T3(s)	10T4(s)	10T5(s)	Tavg(s)
2	11.88	11.69	11.72	11.72	11.78	1.1758
2.5	11.97	11.94	11.95	11.97	12.01	1.1968
3	12.03	12	12.04	12.05	12.09	1.2042
3.5	12.25	12.26	12.23	12.24	12.23	1.2242

隨著  $d$  值增加，平均週期上升，參照待答 2 的表格，所以知道正面就是相吸的情況， $d=2\text{cm}$  的平均週期對應到表一  $h=6.5\text{cm}$  的平均週期，再由圖 3 中的參數關係，得知  $h_1=4.5\text{cm}$ 。

表六 反面 (擺長為 37cm)

d(cm)	10T1(s)	10T2(s)	10T3(s)	10T4(s)	10T5(s)	Tavg(s)
2	13.44	13.34	13.34	13.22	13.22	1.3312
2.5	12.81	12.8	12.79	12.83	12.79	1.2804
3	12.71	12.72	12.69	12.71	12.73	1.2712
3.5	12.66	12.59	12.57	12.58	12.55	1.259

隨著 d 值增加，平均週期下降，參照待答 2 的表格，所以知道反面就是相斥的情況，d=2cm 的平均週期對應到表二 h=6.5cm 的平均週期，再由圖 3 中的參數關係，得知  $h_2=2\text{cm}$ 。