

## 102 學年高中屏東區複賽實驗二參考解：

### 一、實驗原理：

當彈簧受到拉力，彈簧的長度會變長。若彈簧的伸長量  $x$  正比於拉力  $F$ ，也就是  $F=kx$ ，此即虎克定律，其中  $k$  為彈簧的彈性係數。但要注意的是，當拉力太小或太大時，虎克定律並不成立。換句話說，用彈性係數較小的彈簧量測很重的物體，伸長量  $x$  可能太大而使得彈簧發生不可回復的形變；反之，用彈性係數較大的彈簧量測較輕的物體，伸長量  $x$  可能太小而不易觀察。為了避免上述狀況，我們會選擇適當彈性係數的彈簧，作為量測物體質量的工具。

若我們沒有適當彈性係數的彈簧，則可以利用並聯多條彈簧或串聯多條彈簧的方式，組合成複數條彈簧量測系統，讓此系統的彈性係數比單一條彈簧大或小，就可以測量太重或太輕的物體了。

比如已知有  $N$  條彈簧，第  $n$  條彈簧的彈性係數  $k_n$ ，在受力  $F_n$  時的伸長量  $x_n$  就等於  $F_n/k_n$ 。對於並聯彈簧系統而言，加總個別彈簧所受的力即為並聯彈簧系統受的總力  $F_{總}$ ，

$$F_{總} = F_1 + F_2 + \dots + F_n$$

因為彈簧並聯，伸長量  $x_1 = x_2 = \dots = x_n = x$

$$F_{總} = k_1 x_1 + k_2 x_2 + \dots + k_n x_n = k_1 x + k_2 x + \dots + k_n x = (k_1 + k_2 + \dots + k_n) x$$

$$F_{總} = (k_1 + k_2 + \dots + k_n) x = k_{總} x$$

$$k_{總} = k_1 + k_2 + \dots + k_n$$

所以並聯彈簧系統的等效彈性係數  $k_{總}$  比個別彈簧的彈性係數大，適合用於單一彈簧無法量測的太重的物體。

另外，對串聯彈簧系統而言，加總個別彈簧的伸長量即為串聯彈簧系統的總伸長量  $x_{總}$ ，

$$x_{總} = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

因為彈簧串聯，受力  $F_1 = F_2 = \dots = F_n = F$

$$x_{總} = F_1/k_1 + F_2/k_2 + \dots + F_n/k_n = F/k_1 + F/k_2 + \dots + F/k_n = F(1/k_1 + 1/k_2 + \dots + 1/k_n)$$

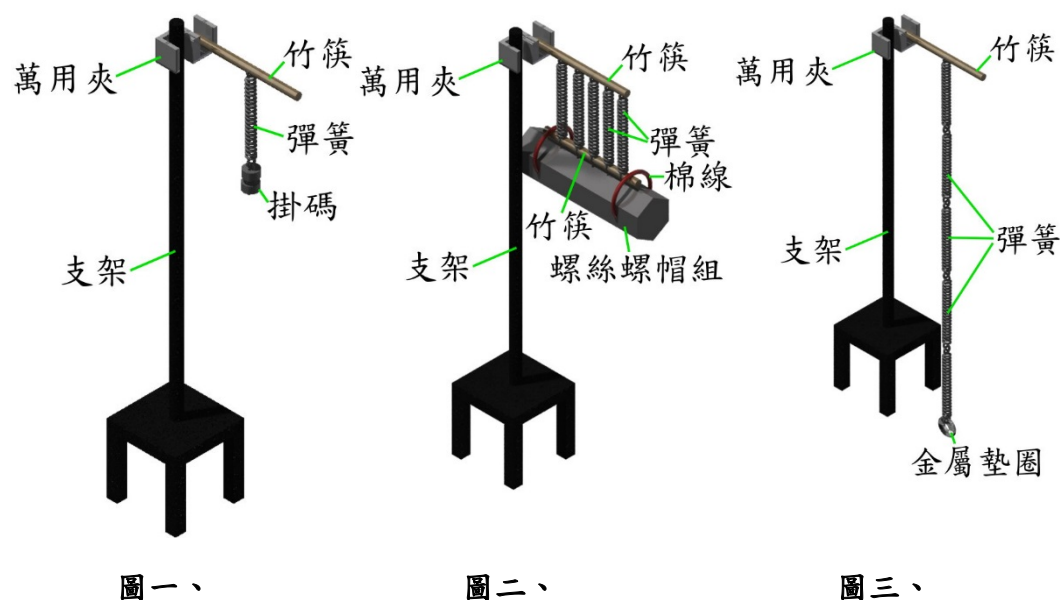
$$x_{總} = F(1/k_1 + 1/k_2 + \dots + 1/k_n) = F/k_{總}$$

$$1/k_{總} = 1/k_1 + 1/k_2 + \dots + 1/k_n$$

所以串聯彈簧系統的等效彈性係數 $k_{總}$ 比個別彈簧的彈性係數小，適合用於單一彈簧無法量測的太輕的物體。

## 二、實驗步驟：

1. 量測單一彈簧之彈力係數  $k$  值。先將儀器和材料裝置如圖一，在彈簧下方加上不同數量的掛碼，並記錄不同外加掛碼數量時的彈簧伸長量。
2. 將步驟 1. 的外加掛碼重與彈簧伸長量作關係圖，求出該彈簧的彈力係數  $k$ 。
3. 重複步驟 1. 及 2.，量測其它四條彈簧的  $k$  值。
4. 測量外加螺絲螺帽組的重量時，將儀器和材料裝置如圖二，利用並聯彈簧量測外加重物；紀錄在外加螺絲螺帽組的彈簧伸長量，並利用步驟 2 所求的  $k$  值，計算並聯彈簧的等效彈性係數，可得外加螺絲螺帽組之重量。
5. 測量金屬墊圈之重量時，將儀器和材料裝置如圖三，利用串聯彈簧量測外加重物；紀錄在外加金屬墊圈時的彈簧伸長量，並利用步驟 2 所求的  $k$  值，計算串聯彈簧的等效彈性係數，可得金屬墊圈之重量。

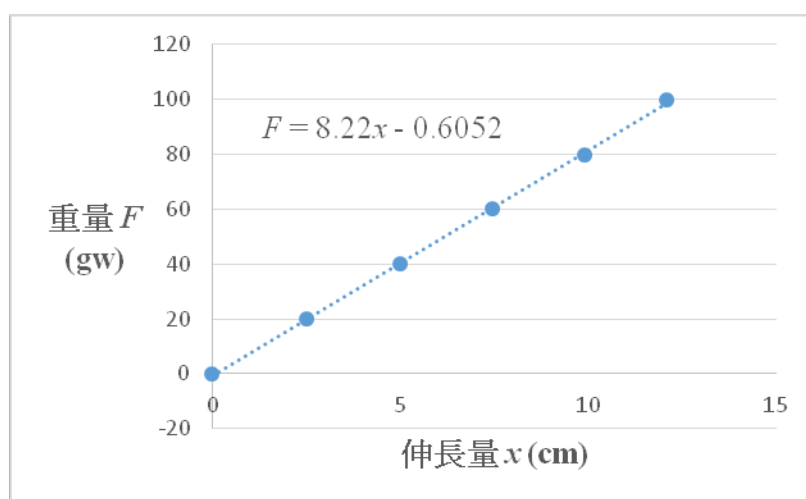


### 三、數據紀錄與分析

#### 量測個別彈簧 $k$ 值

##### 第一條彈簧

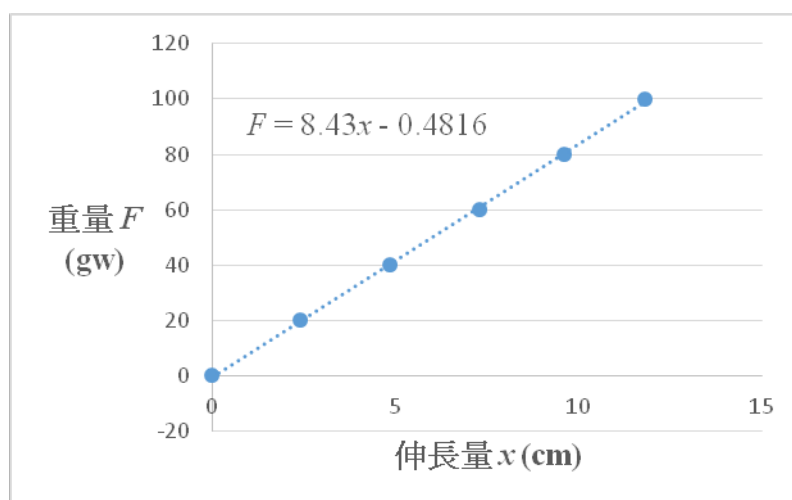
外加掛碼重 $F(\text{gw})$	0	20	40	60	80	100
伸長量 $x(\text{cm})$	0.00	2.50	5.00	7.45	9.90	12.10



第一條彈簧  $k_1 = 8.22 \text{ gw/cm}$

##### 第二條彈簧

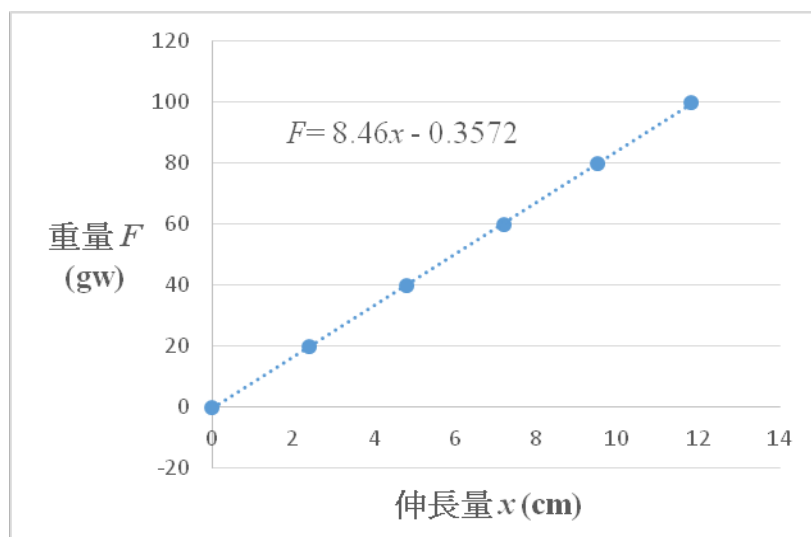
外加掛碼重 $F(\text{gw})$	0	20	40	60	80	100
伸長量 $x(\text{cm})$	0.00	2.40	4.85	7.30	9.60	11.80



第二條彈簧  $k_2 = 8.43 \text{ gw/cm}$

### 第三條彈簧

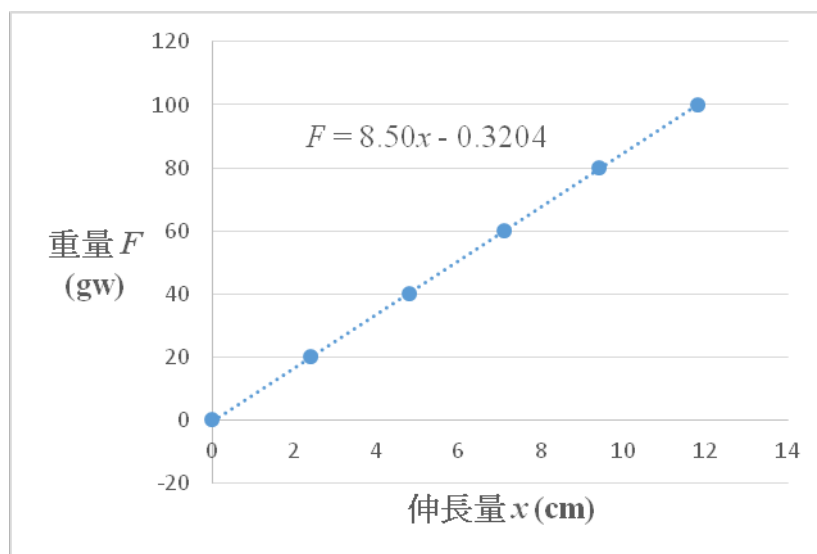
外加掛碼重 $F(\text{gw})$	0	20	40	60	80	100
伸長量 $x(\text{cm})$	0.00	2.40	4.80	7.20	9.50	11.80



第三條彈簧  $k_3 = 8.46 \text{ gw/cm}$

### 第四條彈簧

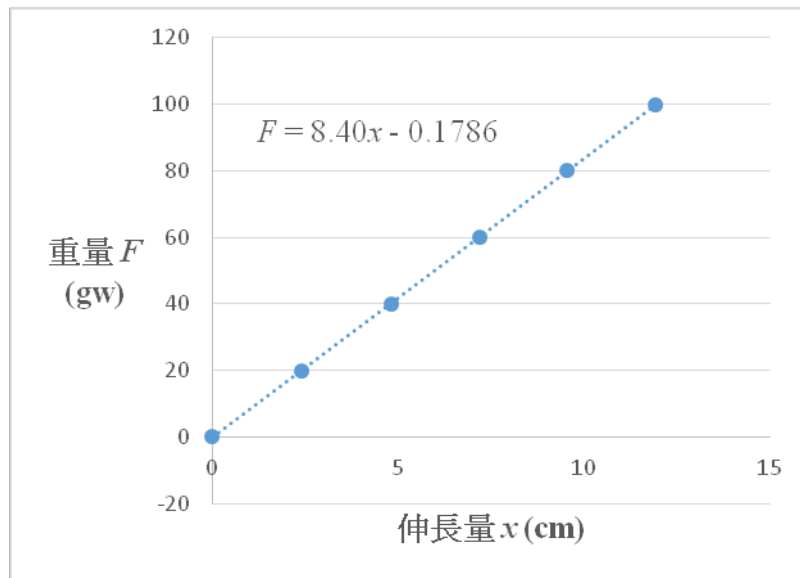
外加掛碼重 $F(\text{gw})$	0	20	40	60	80	100
伸長量 $x(\text{cm})$	0.0	2.40	4.80	7.10	9.40	11.80



第四條彈簧  $k_4 = 8.50 \text{ gw/cm}$

### 第五條彈簧

外加掛碼重 $F(\text{gw})$	0	20	40	60	80	100
伸長量 $x(\text{cm})$	0.0	2.40	4.80	7.20	9.55	11.90



第五條彈簧  $k_5 = 8.40 \text{ gw/cm}$

待測物：螺絲螺帽組

初始位置：12.10 cm

電子天平量測值：246.17g

變形位置：17.50 cm

伸長量： $x = 17.50 - 12.1 = 5.40 \text{ cm}$

並聯五條彈簧，其系統總彈性係數為

$$k_1 + k_2 + \dots + k_5 = 8.22 + 8.43 + 8.46 + 8.50 + 8.40 = 42.01 \text{ gw/cm}$$

所以螺絲帽組的重量為  $42.01 \times 5.40 = 230 \text{ gw} \rightarrow$  質量為 230g

百分比誤差： $(246.17 - 230) / 246.17 \times 100\% = 6.6\%$

### 待測物：金屬墊圈

初始位置：60.50 cm

電子天平量測值：4.21 g

變形位置：62.95 cm

伸長量： $x=62.95-60.50=2.45$  cm

串聯五條彈簧，其系統總彈性係數為

$$1/k_{\text{總}}=1/k_1+1/k_2+\dots+1/k_n=1/8.22+1/8.43+1/8.46+1/8.50+1/8.40=0.595$$

$$k_{\text{總}}=1/0.595=1.68 \text{ gw/cm}$$

所以金屬墊圈的重量為  $2.45 \times 1.68=4.12\text{gw}$  → 質量為 4.12g

百分比誤差： $(4.21-4.12)/4.21 \times 100\% = 2.1\%$

### 五、結果與討論

原則上，我們會將上述的分析結果做一次重點整理，並且利用自己學過的物理知識，檢視此結果的可靠性。除此以外，還可以描述實驗時遇到的困難，探討這些困難發生的原因，以及可能解決的方法。

(以下為參考寫作內容)

本實驗量測結果為螺絲帽組的質量為 230g 以及金屬墊圈的質量為 4.12g。利用彈簧去量測極重的物體時，必須先考慮是否會超過彈性限度，所以盡量組合出大彈性係數的並聯彈簧系統，也就是並聯五條彈簧。在掛上極重物體後，若發覺伸長量不易觀察時，再降低並聯彈簧系統的彈性係數，也就是降低並聯的彈簧數目為四條。依此類推，直到適當的彈簧組合為止，如此可以減少彈簧的損耗或變形。

最後，操作實驗時要注意的事項如下：

1. 在讀取位置刻度時，務必眼睛要與刻度及觀測點同一水平面，才可獲得正確數值，減少誤差。
2. 在外加重物後，盡量使重物靜止，有利於觀察伸長量數值。
3. 外加物體重心盡量與彈簧系統的重心處於同一鉛直線上，確保重力與彈簧只作一維的靜力平衡。
4. 在外加重物時，要避免因彈簧與彈簧之間的拉扯造成彈簧變形而無法正常使用。