

106 學年度普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽

高雄區複賽物理科實驗試題第二題參考解

一、實驗設計之理論基礎

依題意架設後，讓質量 m 的鋼珠由斜坡最上方沿斜坡自行往下滾動，至斜坡最底端後落至桌面，鋼珠在斜坡上運動的過程，假設高度下降 h ，速度大小由 0 變成 v 。鋼珠落至桌面的位置，距斜坡底端之鉛直高度為 y ，離斜坡底端之水平距離為 x ，重力加速度為 g ，鋼珠由斜坡底端自由落下至接觸桌面的時間為 t ，則

$$mgh = \text{移動動能} + \text{轉動動能} = \frac{1}{2}mv^2 + \text{轉動動能}$$

斜坡的角度為 θ ，則 v 的水平分量 $v_x = v\cos\theta$ ，鉛直分量 $v_y = v\sin\theta$

$$x = v_x t = (v\cos\theta)t \cdots \cdots \text{式(1)}$$

$$y = v_y t + \frac{1}{2}gt^2 = (v\sin\theta)t + \frac{1}{2}gt^2 \cdots \cdots \text{式(2)}$$

由(1) $t = \frac{x}{v\cos\theta}$ ，代入(2)得 $y - x\tan\theta = \frac{gx^2}{2v^2\cos^2\theta}$

$$v = \sqrt{\frac{gx^2}{2\cos^2\theta(y - x\tan\theta)}}$$

由此可知鋼珠離開斜坡瞬間的質心移動動能 E_M 為

$$E_M = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{mgx^2}{4\cos^2\theta(y - x\tan\theta)} \cdots \cdots \text{式(3)}$$

鋼珠離開斜坡瞬間的轉動動能 E_R 為

$$E_R = mgh - E_M \cdots \cdots \text{式(4)}$$

二、實驗步驟

1. 如題目附圖將器材組合成實驗架構，並將 y 調整成 32cm，讓鋼珠能沿斜坡自行往下滾動，離開斜坡後落入桌面。
2. 於鋼珠落入桌面的區域放上方格紙，並置複寫紙於其上，使鋼珠落至桌面時能同時在方格紙上輕易記錄其落下位置。
3. 靜置鋼珠於斜坡最上方後放手，讓其沿斜坡自行往下滾至離開斜坡後落入桌面，再用塑膠盤於桌邊接住。
4. 量出斜坡兩端高度差及長度，算出斜坡之傾斜角 θ 。
5. 測出 m 、 x 、 y ，配合步驟 4 所得之 θ ，由式(3)求出 E_M 。
6. 測出 h ，配合步驟 5 所得之 E_M ，由式(4)求出 E_R 。

7. 由步驟 5 及 6 所得之 E_M 及 E_R ，算出轉動動能與質心移動動能之比值 E_R/E_M 。

三、數據紀錄與數據分析

1. 斜坡兩端高度差=41.80-32.00=9.80(cm)
斜坡長度=50.00(cm)
→斜坡之傾斜角 $\theta=0.20(\text{rad})$
2. 鋼珠之質量 $m=28.35(\text{g})$
3. 鋼珠在斜坡上運動過程下降的高度 $h=9.80(\text{cm})$
鋼珠落至桌面的位置，距斜坡最底端之鉛直高度為 y ，離斜坡最底端之水平距離為 x

	1	2	3	4	5
$x(\text{cm})$	27.55	27.30	27.45	27.60	27.40
$y(\text{cm})$	32.00	32.00	32.00	32.00	32.00

4. 設重力加速度 $g=9.8(\text{m/s}^2)$
算出鋼珠離開斜坡瞬間的速度大小 v

	1	2	3	4	5
$v(\text{m/s})$	1.21	1.20	1.20	1.21	1.20

5. 算出鋼珠離開斜坡瞬間的質心移動動能 E_M 、鋼珠離開斜坡瞬間的轉動動能 E_R 及轉動動能與質心移動動能之比值 E_R/E_M 為

	1	2	3	4	5	平均
$E_M(\text{J})$	0.0207	0.0203	0.0205	0.0208	0.0204	0.0205
$E_R(\text{J})$	0.0065	0.0069	0.0067	0.0065	0.0068	0.0067
E_R/E_M	0.32	0.34	0.33	0.31	0.33	0.33

四、討論

1. 器材組合實驗架構時，木條務必保持水平，鋼珠才能沿著平行木板側邊的路徑滾落下來，避免造成量測上的誤差。
2. 實驗時鋼珠務必由斜坡最頂端靜止放開，避免造成誤差。
3. 鋼珠與木板之間的滑動與摩擦，可能會造成誤差。
4. 鋼珠在斜坡下降的高度，因為角度與鋼珠形狀的關係，與斜坡兩端高度差略有出入，造成誤差。
5. 由直尺讀取高度時，視線應保持水平，以讀取正確的長度數值。