

108 學年度普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽  
第 7 區複賽物理科實驗試題第一題參考解

一、實驗設計之理論基礎

理論上單擺之週期  $T$  與擺長  $l$  之關係為

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

對全長為  $L$  的單擺，在沒有手錶或時鐘可記時的狀態下，取用一適當長度  $L_0$  作全長的單擺，讓其擺動週期  $T_0$  作為一單位時間  $=t_0$ ，接下來再其旁架設另一全長之單擺，讓兩單擺同時擺動，並同時改變後來架設的單擺之週期為  $2t_0$ ，記錄下此時擺之全長為  $L_1$ 。設擺長  $l$  與全長  $L$  之差距為  $d$ ，其關係為  $l=L-d$ ，則

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} l \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{g} (L - d)$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} L - \frac{4\pi^2 d}{g} \dots \dots \dots \text{式(1)}$$

所以由此可知

$$\frac{4t_0^2 - T^2}{l_1 - l} = \frac{4t_0^2 - t_0^2}{l_1 - l_0}$$

$$\frac{4t_0^2 - T^2}{(L_1 - d) - (L - d)} = \frac{3t_0^2}{(L_1 - d) - (L_0 - d)}$$

$$4t_0^2 - T^2 = \frac{3t_0^2}{(L_1 - L_0)} (L_1 - L)$$

$$T^2 = \frac{3t_0^2}{L_1 - L_0} L + \frac{L_1 t_0^2 - 4L_0 t_0^2}{L_1 - L_0} \dots \dots \dots \text{式(2)}$$

將量得之  $L_0$  與  $L_1$  代入上式，求出  $L$  與  $T^2$  之方程式，然後配合式(1)及式(2)之截距即可求出  $d$  值，因此

$$d = \frac{4L_0 t_0^2 - L_1 t_0^2}{L_1 - L_0} \times \frac{g}{4\pi^2} = \frac{4L_0 t_0^2 - L_1 t_0^2}{L_1 - L_0} \times \frac{L_1 - L_0}{3t_0^2}$$

$$d = \frac{4L_0 - L_1}{3}$$

由公式  $L_0$  與求出之  $d$  值代入單擺週期公式並放入  $g$  值，即可知道此單位時間  $t_0$  之值，以此作為後面量測之計時器，並可算得需求之時間值。

二、實驗步驟

1. 取一墊圈綁上細線製成單擺，如題取全長  $L_0$  讓擺動之週期不至於太長或太短

- 難以觀察，以此單擺之週期  $T_0=t_0$  作為之後測量時間之工具，並量出其全長  $L_0$ 。
- 另取一墊圈綁上細線製成單擺，置於上述單擺旁讓兩單擺同時擺動，調整此單擺之全長  $L$  使其週期  $T_1=2t_0$ ，量出其全長  $L_1$ 。
  - 由此數據配合計算作圖，找出  $L$  與  $T^2$  之關係式。
  - 由找出之  $L$  與  $T^2$  關係式與單擺公式計算，求出擺長  $l$  與全長  $L$  之差距  $d$  值，藉此討論實驗結果與理論值差異的原因。
  - 算出單位時間  $t_0$  之值，於全長  $L_0$  單擺旁如圖二製作出物理擺，改變其長度  $S$  直到其週期  $=t_0$ ，測量其長度  $S$ ，配合作圖來找出  $S$  與  $T^2$  之關係。
  - 利用算出之  $S$  與  $T^2$  之關係，配合題意算出腿長 1 公尺兩腿夾角 60 度的人之行走速率。

### 三、數據紀錄與實驗結果

- 墊圈製作一個全長為  $L$  的單擺

- (1) 取  $L_0=20.65(\text{cm})$ ，讓其擺動週期  $T_0$  作為一單位時間  $=t_0$   
另取單擺讓其擺動週期  $T_1=2t_0$ ，量出  $L_1=80.65(\text{cm})$

$$\text{配合作圖算出 } T^2 = \frac{3t_0^2}{60}L - \frac{1.95t_0^2}{60}$$

- (2) 由圖看來擺長與週期的平方成正比，全長與週期的平方未成正比之差距就是來自擺長  $l$  與全長  $L$  之差距所造成。

$$\text{將算出之式子與 } T^2 = \frac{4\pi^2}{g}L - \frac{4\pi^2d}{g} \text{ 對照，算出擺長 } l \text{ 與全長 } L \text{ 之差距值}$$

$d=0.65(\text{cm})$ ，可知其擺長就是全長扣除  $d$  值。配合墊圈之規格還可看出擺長實際就是固定點至墊圈中心點的距離。

- let 重力加速度  $g=980\text{cm/s}^2$ ，配合之前的數據算出，當作時間測量工具的單

$$\text{擺之週期 } T_0=t_0=2\pi\sqrt{\frac{(20.65-0.65)}{980}}=0.90(\text{sec})$$

製出之物理擺其擺動週期與單擺相同，量出其長度  $S=29.90(\text{cm})$

換成物理擺其擺動週期為此單擺之一半，量出其長度  $S=7.30(\text{cm})$

	1	2
$S(\text{cm})$	29.90	7.30
$T(\text{sec})$	0.90	0.45

$$\text{配合作圖算出 } T^2=0.03S+0.01 \text{ <or } T^2=0.026881S+0.006272\text{>}$$

- 將走路視為物理擺每週期前進兩步，則腿長 1 公尺可想成  $S=2(\text{m})=200(\text{cm})$ ，代入上式計算得  $T=2.45(\text{sec})\text{<or } 2.32(\text{sec})\text{>}$ ，因為兩腿之夾角為 60 度，所以可看成是  
2.45 秒前進 200 公分，故行走速率  $=200\text{cm}/2.45\text{sec}=2.94\text{km/h}$   
 $\text{<or } 2.32 \text{ 秒前進 } 200 \text{ 公分，故行走速率 } =200\text{cm}/2.32\text{sec}=3.10\text{km/h}\text{>}$

#### 四、討論

1. 器材組合成單擺時，細線務必綁好讓擺長保持固定長在定點擺動。也就是墊圈用細線綁好後，另一端綁在支架或桌面的橫桿固定點上。
2. 裁製厚紙板做物理擺時，一定裁成寬度 2 公分長度為  $S$  的矩形紙片，且紙片必須平坦不能彎曲變形。
3. 組合成物理擺時，最好在擺之頂端黏支牙籤，以便能跨置於兩水平長竹籤上，讓其能如題目圖二所示能保持在鉛直面擺動。
4. 無論是單擺或物理擺，調整長度務必讓其能是作為單位時間之單擺的週期兩倍或二分之一倍，量得之週期值才能真正降低其量測上的誤差。
5. 實驗時單擺或物理擺的擺角都記得要小角度以避免造成誤差。
6. 因為週期時間並不長，判斷待測週期與作為單位時間之單擺週期關係時，記得看多個週期來判定以減少誤差。
7. 由直尺讀取架好之單擺或物理擺的長度時，視線應保持水平，來讀取正確的長度數值。