### [第一題]

1.(a)

設物體的質量為m,欲使物體不致掉落地面,則其離地心的最近距離必須至少為R。該物體繞地球轉動的軌跡為一橢圓,而最初發射處應為該橢圓軌道上離地心最遠之處。設以 va與 vp 分別代表物體離地心最遠點和最近點的速率,由力學能守恆定律和角動量守恆定律得

$$\frac{1}{2}mv_a^2 - \frac{GMm}{R+H} = \frac{1}{2}mv_\rho^2 - \frac{GMm}{R}$$

$$(R+H)mv_a = Rmv_p$$

由上列兩式消去vp,可得

$$\begin{aligned} v_a^2 \left[ \left( 1 + \frac{H}{R} \right)^2 - 1 \right] &= 2GM \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R + H} \right) \\ \Rightarrow v_a &= \sqrt{\frac{GM}{(R + H)\left( 1 + \frac{H}{2R} \right)}} \end{aligned}$$

1.(b)

設在  $10^{\circ}$ C 時,物體和水的體積分別為  $V_1$ 和  $V_2$ ,當溫度升至  $60^{\circ}$ C 時,兩者的 體積各為  $V_1$ + $\Delta$   $V_2$  和  $V_2$ + $\Delta$   $V_2$ 。題設當溫度在  $60^{\circ}$ C 時,水面的高度不變,但物體有十分之一的體積浮出水面,故

$$V_1 + V_2 = f \times (V_1 + \Delta V_1) + (V_2 + \Delta V_2)$$

式中 f=0.9,因為物體有十分之九的體積在水面之下,整理上式,得

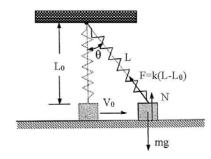
$$\begin{split} f \frac{\Delta V_1}{V_1} &= (1 - f) - \frac{\Delta V_2}{V_1} = (1 - f) - \frac{V_2}{V_1} \cdot \frac{\Delta V_2}{V_2} \\ &\Rightarrow \frac{1}{\Delta T} \frac{\Delta V_1}{V_1} = \frac{1}{\Delta T} \left( \frac{1 - f}{f} \right) - \frac{V_2}{V_1} \left( \frac{1}{\Delta T} \frac{\Delta V_2}{V_2} \right) \\ &\Rightarrow \beta_1 = \frac{1}{\Delta T} \left( \frac{1 - f}{f} \right) - \frac{V_2}{V_1} \beta_2 \\ &= \frac{1}{(60 - 10)} \left( \frac{1 - 0.9}{0.9} \right) - \frac{9}{1} \times \left( 2.0 \times 10^{-4} \right) \\ &= 4.2 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1} \end{split}$$

#### [第二題]

2

參考下圖,當木塊在水平桌面上向右滑動的速度為 V 時,彈簧的長度為 L, 由能量守恆定律可得

$$\frac{1}{2}mV_0^2 = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}k(L - L_0)^2 \tag{1}$$



設此時彈簧與鉛垂線之間的夾角為 $\theta$ ,由於木塊仍留在桌面上,故在鉛直方向上木塊所受的合力為零,即

$$mg = N + k(L - L_0)\cos\theta \tag{2}$$

由上式可知木塊能脫離水平面的條件為

$$k(L-L_0)\cos\theta \ge mg \implies k(L-L_0)\frac{L_0}{L} \ge mg \implies L \ge \frac{L_0}{1-\frac{mg}{kL_0}}$$
 (3)

由(1)式可知

$$\frac{1}{2}mV_0^2 \ge \frac{1}{2}k(L - L_0)^2$$

利用(3)式,可解得

$$V_0 \ge \sqrt{\frac{k}{m}} \left( \frac{L_0}{\frac{kL_0}{mg} - 1} \right)$$

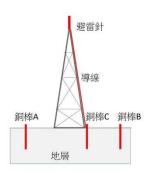
故 Vo 的最小值為

$$\sqrt{\frac{k}{m}} \left( \frac{L_0}{\frac{kL_0}{mg} - 1} \right) \ or \ \sqrt{\frac{k}{m}} \left( \frac{1}{\frac{k}{mg} - \frac{1}{L_0}} \right) \ or \ \sqrt{\frac{k}{m}} \left( \frac{mgL_0}{kL_0 - mg} \right) \ or \ \sqrt{\frac{k}{m}} \left( \frac{mg}{k - \frac{mg}{L_0}} \right)$$

### [第三題]

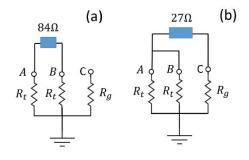
#### 第三題

一座鐵塔在安裝避雷針後,透過導線以及銅棒 C,完成接地設置(如下圖所示)。由於真實的接地端在地層中,無法直接量測接地電阻值 $R_g$ ,所以工程師為了檢查接地電阻值是否符合安全規範,首先在鐵塔兩側將相同規格的銅棒 A 與 B 打入地層,測得銅棒 A 與 B 之間的電阻值為  $84~\Omega$ 。接著使用導線連接銅棒 A 與 B,再測得銅棒 A 與 C 之間的電阻值為  $27~\Omega$ 。(a) 簡述避雷針的工作原理。 (10 分) (b) 如果接地電阻值小於  $10~\Omega$ 才符合安全規範,請問這座電塔的避雷針設置符合規定嗎? (15 分)



參考等效電路,下圖(a),可得84 =  $R_t + R_t \Rightarrow R_t = 42$ 參考等效電路,下圖(b),可得 $\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_t} + \frac{1}{R_t} \Rightarrow R_{AB} = 21$  $27 = R_g + R_{AB} \Rightarrow R_g = 6$ 

符合安全規範



### [第四題]

#### 第四題

有一道波長為 532 nm 的綠光通過單狹縫或雙狹縫後,投射至 2.6 m 處的螢幕上,觀察到的光圖案如下圖所示。(a) 請問這是單狹縫實驗還是雙狹縫實驗?並說明原因。(10 分)(b) 如果是單狹縫實驗,請問狹縫寬度是多少?如果是雙狹縫實驗,請問狹縫之間的距離為何? (15 分)



為了提高精密度,測量兩側第二暗紋的位置差

$$2y = 21.7 - 16.3 = 5.4 \Longrightarrow y = 2.7$$

