

# 109 學年度普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽 高雄區複賽物理科實驗試題第二題參考解

## 一、實驗設計

利用長度為  $L$ ，和電流流向垂直的截面積為  $A$  的導體，電阻率  $\rho$  和電阻  $R$  的關係式為  $R=\rho L/A$ ，找出鉛筆芯的電阻  $R$ 、長度  $L$  及截面積為  $A$ ，代入此關係式計算就能求出鉛筆芯的電阻率  $\rho$ 。

利用密度  $D$  等於質量  $M$  除以體積  $V$  的關係式  $D=M/V$ ，找出鉛筆芯的質量  $M$  及體積  $V$  就能求出鉛筆芯的密度  $D$ 。

找鉛筆芯電阻時，因為其電阻值較小，利用已知電阻值之電阻與其串聯，與乾電池組裝成一簡單電路，藉由伏特計測出其電壓與電流值，來找出鉛筆芯的電阻  $R$ 。以方格紙量出鉛筆芯的長度  $L$ 。以游標尺量出筆芯的線徑後進一步算出其截面積  $A$ ，就能求出鉛筆芯的電阻率  $\rho$ 。

鉛筆芯的體積  $V$  由其長度  $L$  與截面積  $A$  相乘算出。鉛筆芯的質量  $M$  則由鉛筆的總質量扣除筆芯外的木材質量求出。筆芯外的木材質量則先藉助鉛筆的總體積扣除鉛筆芯的體積後再乘以木材的密度  $0.55\text{g/cm}^3$  來求出。而鉛筆的總體積因為它會浮在水上，就漆包線的協助讓其沉入液面下，量出兩者之總體積，再扣除漆包線的體積求得。最後由求得的鉛筆芯質量  $M$  除以鉛筆芯體積  $V$  就能求出鉛筆芯的密度  $D$ 。

## 二、實驗步驟

1. 找鉛筆芯電阻時，因為其電阻值較小，利用已知電阻值之電阻與其串聯，與乾電池組裝成一簡單電路，藉由伏特計測出其電壓與電流值，來找出鉛筆芯的電阻  $R$ 。
2. 以方格紙量出鉛筆芯的長度  $L$ 。
3. 以游標尺量出筆芯的線徑後進一步算出其截面積  $A$ ，就能把電阻  $R$  長度  $L$  截面積  $A$  代入公式算出鉛筆芯的電阻率  $\rho$ 。
4. 鉛筆因為它會浮在水上，就在漆包線的協助讓其沉入液面下，量出兩者之總體積，再扣除漆包線於液面下的體積求得鉛筆的總體積。
5. 由鉛筆芯的長度乘以鉛筆芯的截面積算出鉛筆芯體積  $V$
6. 藉助鉛筆的總體積扣除鉛筆芯的體積後再乘以木材的密度  $0.55\text{g/cm}^3$  來求出筆芯外的木材質量。
7. 鉛筆芯的質量  $M$  則利用鉛筆的總質量扣除筆芯外的木材質量來求出。
8. 最後由求得的鉛筆芯質量  $M$  除以鉛筆芯體積  $V$  就能求出鉛筆芯的密度  $D$ 。

### 三、數據記錄

1. HB 鉛筆芯的電阻率  $\rho$  之測量數據：

電路電壓 (V)	電路電流 (A)	總電阻 ( $\Omega$ )
1.60	0.050	32
1.60	0.050	32
1.60	0.050	32
1.60	0.050	32
1.60	0.050	32

平均= 32

串聯之電阻( $\Omega$ )：10

鉛筆芯電阻  $R$  ( $\Omega$ )=總電阻－串聯電阻=22

鉛筆的長度=鉛筆芯的長度  $L$ (cm)：17.60

鉛筆芯的線徑(mm)	鉛筆芯的截面積 $A$ ( $\text{cm}^2$ )
2.00	0.031

2. HB 鉛筆芯的密度  $D$  之測量數據：

鉛筆與漆包線總體積 (ml)	液面下 漆包線體積(ml)	鉛筆的總體積(ml) =鉛筆與漆包線總體積 －液面下漆包線體積
=195.6-188.0=7.6	0.1	7.5
=197.5-190.0=7.5	0.1	7.4
=197.5-190.0=7.5	0.1	7.4
=199.5-192.0=7.5	0.1	7.4
=195.5-188.0=7.5	0.1	7.4

(ps.上表中只有部份漆包線沉於液面下)

平均= 7.4

鉛筆芯的體積  $V$ ( $\text{cm}^3$ )=鉛筆芯的長度  $L$ (cm) $\times$ 鉛筆芯的截面積  $A$  ( $\text{cm}^2$ )  
=0.55

鉛筆的總質量(g)=4.13

筆芯外的木材密度=0.55g/ $\text{cm}^3$

(方法一)

筆芯外的木材質量(g)=0.55g/ $\text{cm}^3$  $\times$ 筆芯外的木材的體積

=0.55g/ $\text{cm}^3$  $\times$ (鉛筆的總體積－鉛筆芯的體積)

=3.78

鉛筆芯質量  $M$ (g)=鉛筆的總質量－筆芯外的木材質量=0.35

(方法二)

鉛筆側正六邊形的兩相對邊長之距離(cm)=7.00

鉛筆側正六邊形的兩相對角之距離(cm)=7.70

筆芯外的木材質量(g)= $0.55\text{g/cm}^3$ ×筆芯外的木材的體積

$$=0.55\text{g/cm}^3 \times (\text{鉛筆的長度} \times (\text{鉛筆側正六邊形面積} - \text{鉛筆芯側圓面積})) \\ =3.61$$

鉛筆芯質量  $M(\text{g}) = \text{鉛筆的總質量} - \text{筆芯外的木材質量} = 0.52$

3. 2B 鉛筆芯的電阻率  $\rho$  之測量數據：

電路電壓 (V)	電路電流 (A)	總電阻 ( $\Omega$ )
1.60	0.070	23
1.60	0.070	23
1.60	0.070	23
1.60	0.070	23
1.60	0.070	23

平均= 23

串聯之電阻( $\Omega$ ): 10

鉛筆芯電阻  $R(\Omega) = \text{總電阻} - \text{串聯電阻} = 13$

鉛筆的長度=鉛筆芯的長度  $L(\text{cm})$ : 17.60

鉛筆芯的線徑(mm)	鉛筆芯的截面積 $A(\text{cm}^2)$
2.00	0.031

4. 2B 鉛筆芯的密度  $D$  之測量數據：

鉛筆與漆包線總體積 (ml)	液面下 漆包線體積(ml)	鉛筆的總體積(ml) =鉛筆與漆包線總體積 -液面下漆包線體積
=199.6-192.0=7.6	0.1	7.5
=196.0-188.0=8.0	0.1	7.9
=198.0-190.0=8.0	0.1	7.9
=197.6-190.0=7.6	0.1	7.5
=194.0-186.0=8.0	1.0	7.0

(ps.上表中部份漆包線或整條漆包線沉於液面下) 平均= 7.6

$$\text{鉛筆芯的體積 } V(\text{cm}^3) = \text{鉛筆芯的長度 } L(\text{cm}) \times \text{鉛筆芯的截面積 } A(\text{cm}^2) \\ =0.55$$

鉛筆的總質量(g) = 5.03

筆芯外的木材密度= $0.55\text{g/cm}^3$

(方法一)

$$\begin{aligned} \text{筆芯外的木材質量(g)} &= 0.55\text{g/cm}^3 \times \text{筆芯外的木材的體積} \\ &= 0.55\text{g/cm}^3 \times (\text{鉛筆的總體積} - \text{鉛筆芯的體積}) \\ &= 3.85 \end{aligned}$$

$$\text{鉛筆芯質量 } M(\text{g}) = \text{鉛筆的總質量} - \text{筆芯外的木材質量} = 1.18$$

(方法二)

$$\text{鉛筆側正六邊形的兩相對邊長之距離(cm)} = 7.00$$

$$\text{鉛筆側正六邊形的兩相對角之距離(cm)} = 7.70$$

$$\begin{aligned} \text{筆芯外的木材質量(g)} &= 0.55\text{g/cm}^3 \times \text{筆芯外的木材的體積} \\ &= 0.55\text{g/cm}^3 \times (\text{鉛筆的長度} \times (\text{鉛筆側正六邊形面積} - \text{鉛筆芯側圓面積})) \\ &= 3.61 \end{aligned}$$

$$\text{鉛筆芯質量 } M(\text{g}) = \text{鉛筆的總質量} - \text{筆芯外的木材質量} = 1.42$$

#### 四、結果計算

1. HB 鉛筆芯的電阻率  $\rho = R \times A / L$  : 0.039( $\Omega \text{ cm}$ )
2. HB 鉛筆芯的密度  $D = M / V$  :  
由(方法一)data 得 0.64( $\text{g/cm}^3$ ) or 由(方法二)data 得 0.94( $\text{g/cm}^3$ )
3. 2B 鉛筆芯的電阻率  $\rho = R \times A / L$  : 0.023( $\Omega \text{ cm}$ )
4. 2B 鉛筆芯的密度  $D = M / V$  :  
由(方法一)data 得 2.13( $\text{g/cm}^3$ ) or 由(方法二)data 得 2.57( $\text{g/cm}^3$ )

#### 五、誤差討論

1. 藉助水的體積變化來測量筆芯體積，而鉛筆潮濕時會影響電阻值，因此實驗時必須先做鉛筆芯的電阻率測量部分，之後才做鉛筆芯的密度測量部分。
2. 鉛筆芯的電阻率測量實驗時，測量電壓電流後立即斷開線路，以免接通太久電能消耗，於重複測量時造成結果偏差。
3. 由實驗數據看來鉛筆芯的電阻並不大，所以組裝線路時盡量減少連接線的數量，以減少電阻值之誤差。
4. 讓鉛筆沉入水中測量體積時，勿在上面殘留氣泡，以免體積值產生誤差。
5. 筆芯外的木材可能吸水影響結果，測量時勿在水中浸泡太久的時間。

#### 六、比較二種鉛筆的實驗結果

石墨為導電材料，電阻率 2B 鉛筆 < HB 鉛筆，故鉛筆的含石墨量 2B 鉛筆高於 HB 鉛筆；石墨密度大於黏土密度，密度 2B 鉛筆 > HB 鉛筆，故鉛筆的含石墨量 2B 鉛筆高於 HB 鉛筆。由此判定以石墨和黏土製成的筆芯，2B 鉛筆的含石墨量高於 HB 鉛筆。