

109 學年度高雄區學科能力競賽
物理科複賽實驗試題第一題參考解

一、實驗設計原理

設液體流經孔洞速率為 v_2 ，則由連續方程式可得

$$\begin{aligned}\pi R^2 v_1 &= \pi r^2 v_2 \\ \Rightarrow v_2 &= v_1 \left(\frac{R}{r}\right)^2\end{aligned}$$

另由白努利方程式可得 $P_0 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g H = P_0 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$

$$\text{代入上式可得 } P_0 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g H = P_0 + \frac{1}{2} \rho \left[v_1 \left(\frac{R}{r}\right)^2 \right]^2$$

$$\Rightarrow v_1^2 = 2 \cdot \frac{g}{\left[\left(\frac{R}{r}\right)^4 - 1\right]} \cdot H$$

因 r 、 R 、 g 已為定值，所以定義 $a = \frac{g}{\left[\left(\frac{R}{r}\right)^4 - 1\right]}$ 亦為定值

$$\Rightarrow v_1^2 = 2 \cdot a \cdot H \quad \left(v_1 = \sqrt{2aH}\right) \quad \therefore v_1 \propto \sqrt{H}$$

由 $2v_1 \frac{dv_1}{dt} = 2a \frac{dH}{dt} \Rightarrow \frac{dv_1}{dt} = a$ ，可知 a 為 v_1 之加速度，且 a 為定值，所以為等加速運動。

$$v_1 = \sqrt{2aH} = v_0 - at = \sqrt{2aH_0} - at \Rightarrow \sqrt{H} = \sqrt{H_0} - \sqrt{\frac{a}{2}} \cdot t$$

所以 $\sqrt{H} - t$ 圖的斜率大小為 $\sqrt{\frac{a}{2}}$

二、實驗步驟

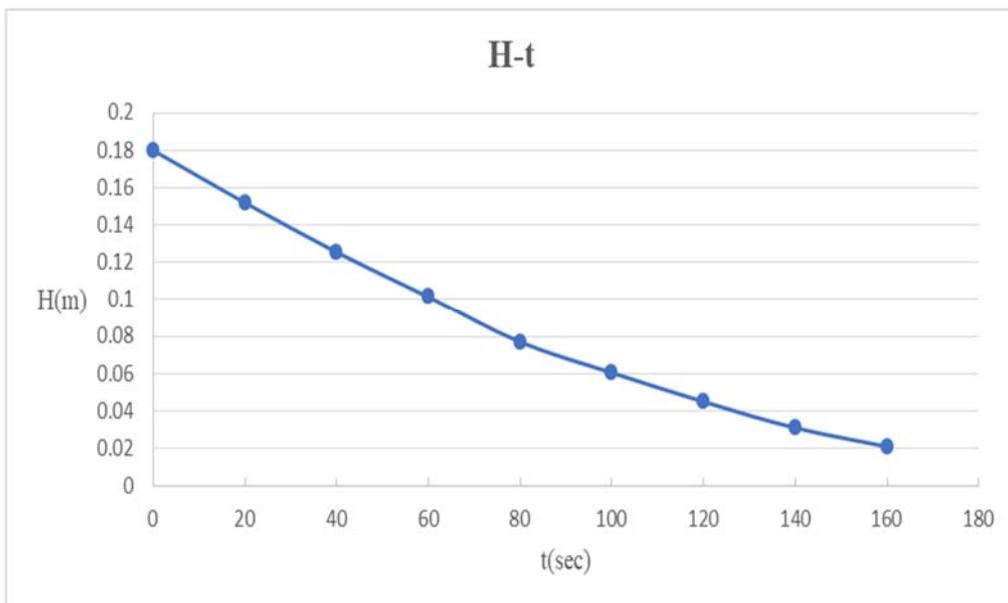
1. 將圓柱形容器(大)底下孔洞暫時堵住，裝入適量的水。
(可用圓柱形容器(小)將圓柱形容器(大)墊高，以利實驗進行。)
2. 將孔洞打開，同步量測時間與其對應水位高 H 並記錄。
3. 作出 $H-t$ 圖與 $\sqrt{H}-t$ 圖，並利用 $\sqrt{H}-t$ 圖之斜率求出流水的加速度 a 。
4. 將求出來的 a 帶入 $v = \sqrt{2aH}$ 來作 $v-t$ 圖。

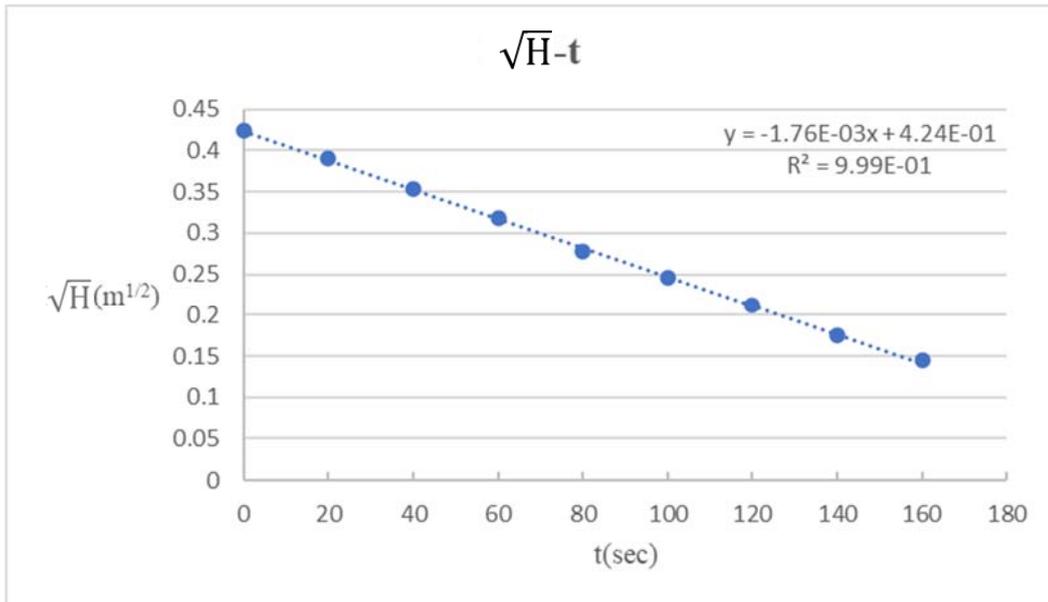
5. 再將 a 代入 $r = R \cdot \sqrt[4]{\frac{a}{g+a}}$ ，求出孔徑大小 $2r$ 。

三、數據記錄與分析

$t(\text{sec})$	0	20	40	60	80	100	120	140
$H(\text{m})$	0.18	0.152	0.1255	0.1015	0.077	0.0605	0.045	0.031
$\sqrt{H}(\text{m}^{1/2})$	0.424264	0.389872	0.35426	0.318591	0.277489	0.245967	0.212132	0.176068

$t(\text{sec})$	160
$H(\text{m})$	0.021
$\sqrt{H}(\text{m}^{1/2})$	0.144914

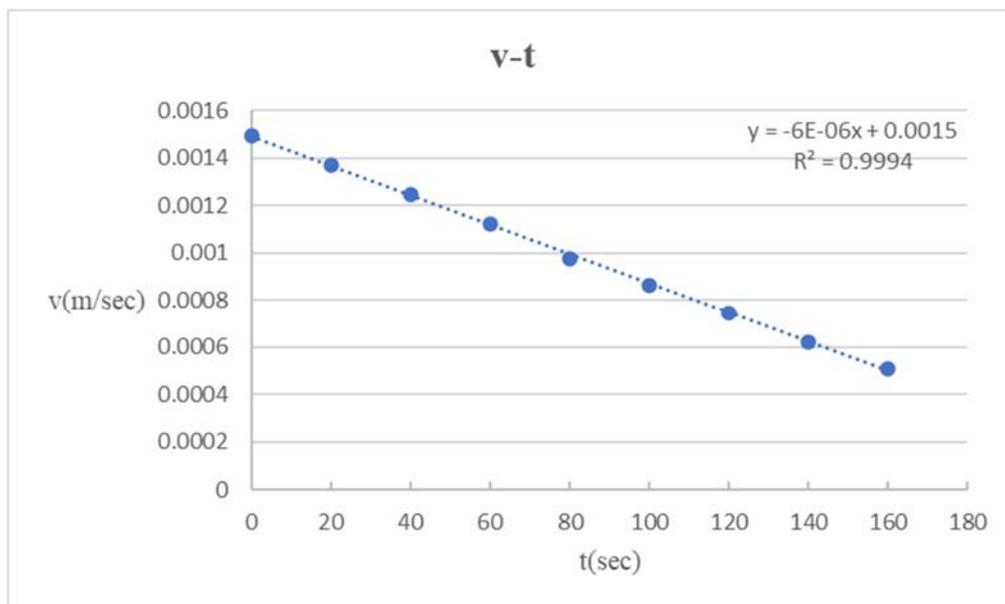




$\sqrt{H}-T$ 之回歸線斜率為 $-\sqrt{\frac{a}{2}}$

可求得 $a = 6.20E-06 \text{ m/sec}^2$

將 a 代入 $v = \sqrt{2aH}$ ，作出 $v-t$ 圖



$2R = 10.945 \text{ cm}$

將 a 與 R 代入 $r = R \cdot \sqrt[4]{\frac{a}{g+a}}$

可求得孔徑 $2r = 0.3086 \text{ cm}$

四、結果討論

1. 務必要讓圓柱形容器(大)放置水平，以符合相關公式中所設定之物理條件。
2. 在流水過程中，盡量不要碰到或移動到圓柱形容器(大)，導致內部的水晃動造成誤差。
3. 可以利用顏料將水染色，以利觀察液面高度。
4. 本實驗在時間差極短下不易量測準確之液面高度，故不適合以求平均速率之方式來得到 $v-t$ 圖。
5. 由於洞口附近不是完全光滑平整，水流經過時會有部分能量損耗，所以由實驗數據及上列公式(未考慮其他能量損耗)所推算之洞口直徑，會略小於實際值。