

110 學年度普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽 高雄區複賽物理科實驗試題第二題試題及參考解

一、題目：

現今的手機、遊戲控制器、及一些穿戴式裝置等都是一些光電感測元件來測量使用者的生理或運動狀態，其中和運動狀態相關的一種元件就是加速度感測器。在這題目希望各位發揮”馬蓋仙”的精神，利用給定的素材來設計加速度感測器(測量物體本身加速度的一種裝置)。利用你設計的加速度感測器放於滑車上測量滑車的加速度，並和外部觀測滑車加速度運動的加速度值相比較。

二、實驗器材：

[請清點下列器材，如有短缺請立即報告補齊。]

名稱	規格	數量
橡皮筋	一般用尺寸	4 條
螺帽	寬度約 0.8cm、1.3cm、2.2cm 三種不同尺寸	各 1 個
吸管	一般用，孔徑約 1.2cm 長至少 15cm 之粗吸管	2 根
水瓶	瓶身管徑幾乎相同不變，含蓋寶特瓶，瓶內可調整水量	2 瓶
牙籤	一般用竹製牙籤	2 根
竹筷	一般免洗筷	2 支
彈簧	長度約為滑車之一半長，彈性係數一致且小為宜	4 個
滑車	具 4 顆輪子之滑車	1 個
天平	上皿天平(需附砝碼)、懸吊式等臂天平(需附砝碼)、三樑天平或數位式天平皆可，可秤 1000g 以上	1 台
定滑輪	可固定於支架上	1 個
透明膠帶	一般用	1 捲
棉線	一般用，長約 100cm	1 條
剪刀	一般用	1 支
直尺	長至少 30cm，最小刻度 1mm	1 個
量角器	一般用	1 個
支架	支架高度至少高於實驗桌面以上，附直角夾及長約 20cm 之橫桿	1 具
碼表	一般用，準確至 0.01 秒	1 個
計算器	科學型計算機	1 台

[以上器材不一定全部需要用到。]

110 學年度普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽 高雄區複賽物理科實驗試題第二題試題及參考解

三、說明：

1. 請先核對試題及答案卷上編號與您的編號是否相同，若不同請立即報告。

2. 實驗報告請書寫於答案卷上(第 3~6 頁)，內容必須包含

(1)加速度感測器設計及進行加速度量測之理論基礎

(2)實驗步驟

(3)數據紀錄

(4)計算結果

(5)實驗討論

第(2)-(4)項內容須分別標示“加速度感測器”及“滑車運動觀測”兩項，實驗數據需有誤差分析及滑車質量、驅動滑車的力等紀錄，並於第(5)項提出兩者數據的討論。

3. 實驗操作過程之評審，主要依據實驗報告，所以務必在報告中詳細記載。

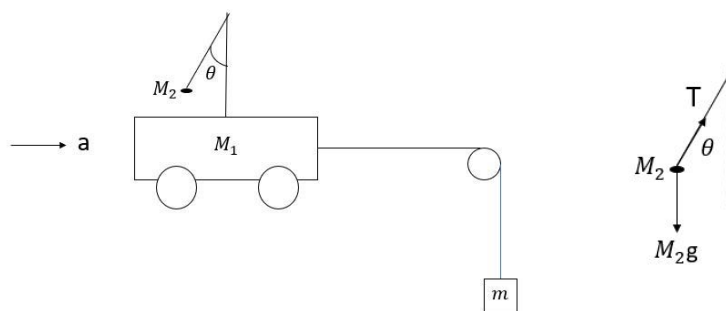
4. 實驗完畢後，請將所有器材還原。

5. 答案卷及所有實驗資料須裝訂整齊，隨題目卷繳回。

110 學年度普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽
高雄區複賽物理科實驗試題第二題試題及參考解

一、實驗設計

<設計 1: 擺線加速度計>



圖一

圖二

因滑車受外力 mg ，故產生一向右加速度，根據慣性定律，擺錘想停留在原地，所以形成擺線與鉛錘線的夾角 θ 。

若擺線質量可忽略，整個系統的運動方程式為(如圖一):

$$mg = (M_1 + M_2 + m)a \qquad a = \frac{mg}{M_1 + M_2 + m}$$

擺錘的運動方程式為(如圖二):

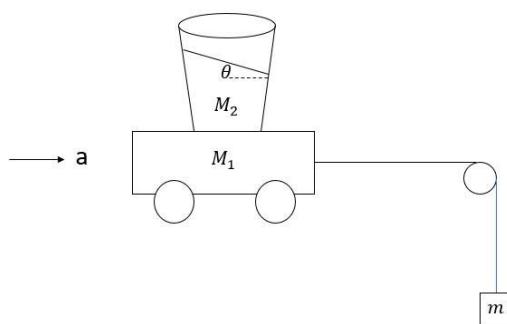
$$T \cos \theta = M_2 g \qquad T = \frac{M_2 g}{\cos \theta}$$

$$T \sin \theta = M_2 a$$

$$\frac{M_2 g}{\cos \theta} \sin \theta = M_2 \frac{mg}{M_1 + M_2 + m}$$

$$\tan \theta = \frac{m}{M_1 + M_2 + m} \qquad \theta = \tan^{-1} \left(\frac{m}{M_1 + M_2 + m} \right)$$

<設計 2: 水加速度計>



圖三

因滑車受外力 mg ，故產生一向右加速度，根據慣性定律，瓶內的水想停留在原地，所以形成水面與水平線的夾角 θ 。

整個系統的運動方程式為(如圖三):

110 學年度普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽
高雄區複賽物理科實驗試題第二題試題及參考解

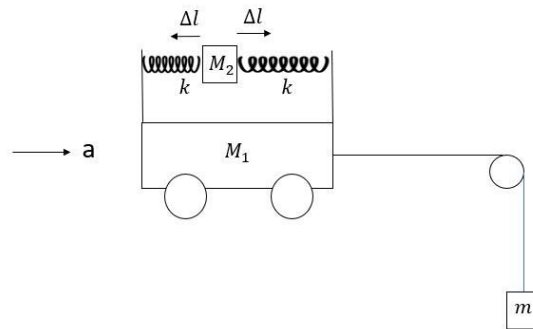
$$mg = (M_1 + M_2 + m)a \quad a = \frac{mg}{M_1 + M_2 + m}$$

水面傾斜角和鉛直加速度 g 及水平加速度 a 的關係為：

$$g \tan \theta = a = \frac{mg}{M_1 + M_2 + m}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{m}{M_1 + M_2 + m}\right)$$

<設計 3: 彈簧加速度計>



圖四

因滑車受外力 mg ，故產生一向右加速度，使彈簧產生伸長及壓縮的現象。若彈簧質量可忽略，整個系統的運動方程式為(如圖四)：

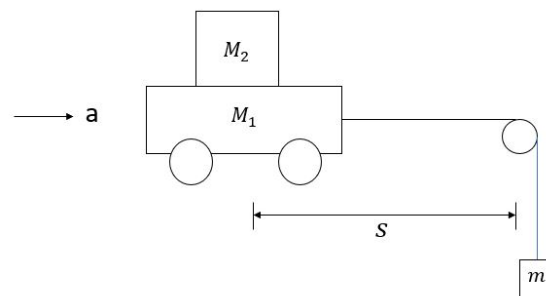
$$mg = (M_1 + M_2 + m)a \quad a = \frac{mg}{M_1 + M_2 + m}$$

彈簧中間物體的運動方程式為：

$$2k\Delta l = M_2 a$$

$$2k\Delta l = M_2 \frac{mg}{M_1 + M_2 + m} \quad \Delta l = \frac{M_2 mg}{2k(M_1 + M_2 + m)}$$

<滑車運動觀測>



圖五

驗證其加速度，需量測軌道長度 s ，根據等加速度公式，得到整個系統的加速度量值(如圖五)：

$$s = \frac{1}{2}at^2 \quad a = \frac{2s}{t^2}$$

110 學年度普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽 高雄區複賽物理科實驗試題第二題試題及參考解

二、實驗步驟

<設計 1: 擺線加速度計>

1. 用膠帶固定竹筷於滑車上，再綁上一條小於竹筷長度的棉線，於棉線另一端繫上一螺帽。
2. 用膠帶固定量角器於竹筷上，將量角器中心的 0° 角對齊棉線頂端。
3. 剪下長度約等於桌面高度的棉線，將一端固定於滑車上，另一端綁上含水水瓶。
4. 以直角夾將橫桿垂直固定於支架，在橫桿上架一定滑輪，將棉線放置於滑輪凹槽，架設示意圖如圖一。
5. 將滑車由靜止釋放，其向滑輪方向運動時，紀錄滑車上棉線與竹筷夾角。
6. 根據測得夾角回推滑車整體加速度。
7. 量測滑車行駛的軌道長度，並用碼表紀錄時間滑行時間，再回推滑車整體的加速度。

<設計 2: 水加速度計>

1. 用膠帶固定含水水瓶於滑車上。
2. 用膠帶固定量角器於水瓶外側，將量角器底線對齊水平面。
3. 剪下長度約等於桌面高度的棉線，將一端固定於滑車上，另一端綁上另一含水水瓶。
4. 以直角夾將橫桿垂直固定於支架，在橫桿上架一定滑輪，將棉線放置於滑輪凹槽，架設示意圖如圖三。
5. 將滑車由靜止釋放，其向滑輪方向運動時，紀錄滑車上水面與水平線的夾角。
6. 根據測得夾角回推滑車整體加速度。
7. 量測滑車行駛的軌道長度，並用碼表紀錄時間滑行時間，再回推滑車整體的加速度。

<設計 3: 彈簧加速度計>

1. 用天秤量測某螺帽質量及彈簧或橡皮筋原長。
2. 將彈簧或橡皮筋一端綁上棉線，棉線另一端榜上以測質量的螺帽，量測垂直方向的彈簧長度。
3. 用膠帶固定兩根牙籤於滑車兩側，再分別固定兩彈簧或橡皮筋於牙籤頂部，後將螺帽黏於兩彈簧或橡皮筋中央。
4. 用膠帶固定直尺立於滑車上，利用直尺刻度觀測彈簧位移量。
5. 剪下長度約等於桌面高度的棉線，將一端固定於滑車上，另一端綁上含水水瓶。
6. 以直角夾將橫桿垂直固定於支架，在橫桿上架一定滑輪，將棉線放置於滑輪凹槽，架設示意圖如圖四。
7. 將滑車由靜止釋放，其向滑輪方向運動時，紀錄滑車上兩彈簧或橡皮筋的伸長量或壓縮量。

110 學年度普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽
高雄區複賽物理科實驗試題第二題試題及參考解

8. 根據測得伸長量或壓縮量回推滑車整體加速度。
9. 量測滑車行駛的軌道長度，並用碼表紀錄時間滑行時間，再回推滑車整體的加速度。

三、數據記錄

<設計 1: 擺線加速度計>

$$M_1 = 379.95(g)$$

$$M_2 = 5.05(g)$$

$$m = 159.82(g)$$

$$g = 9.8(m/s^2)$$

	$\theta(t')(^{\circ})$	$t'(s)$	S(cm)	t(s)
第一次	19.9	0.65	56.84	0.45
第二次	20.9	0.41	43.10	0.45
第三次	18.5	0.40	65.57	0.63
第四次	20.6	0.42	59.45	0.56
第五次	21.0	0.55	62.08	0.72
第六次	22.7	0.42	58.66	0.53

<設計 2: 水加速度計>

$$M_1 = 393.40(g)$$

$$M_2 = 201.60(g)$$

$$m = 159.82(g)$$

$$g = 9.8(m/s^2)$$

	$\theta(t')(^{\circ})$	$t'(s)$	S(cm)	t(s)
第一次	21.2	0.48	52.72	0.70
第二次	18.4	0.65	48.35	0.50
第三次	16.9	0.37	56.91	0.71
第四次	17.0	0.36	57.70	0.55
第五次	18.7	0.61	56.41	0.66
第六次	20.2	0.49	56.56	0.62

四、結果計算

<設計 1: 擺線加速度計>

擺線加速度計之加速度: $a = g \tan \theta$

滑車運動觀測之加速度: $a = \frac{2s}{t^2}$

	$\theta(^{\circ})$	$a(m/s^2)$	S(m)	t(s)	$a(m/s^2)$
第一次	19.9	3.55	0.5684	0.45	5.61

110 學年度普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽
高雄區複賽物理科實驗試題第二題試題及參考解

第二次	20.9	3.74	0.4310	0.45	4.26
第三次	18.5	3.27	0.6557	0.63	3.30
第四次	20.6	3.68	0.5945	0.56	3.79
第五次	21.0	3.76	0.6208	0.72	2.40
第六次	22.7	4.10	0.5866	0.53	4.18
平均	20.6	3.68	0.5762	0.56	3.67

擺線加速度計之加速度： $a = 9.8 \times \tan(20.6^\circ) = 3.68(m/s^2)$

滑車運動觀測之加速度： $a = \frac{2 \times 0.5762}{0.56^2} = 3.67(m/s^2)$

擺線加速度計之加速度標準差： $\sqrt{\frac{(-0.13)^2 + 0.06^2 + (-0.41)^2 + 0^2 + (-0.08)^2 + 0.42^2}{6}} = 0.25$

滑車運動觀測之加速度標準差： $\sqrt{\frac{1.94^2 + 0.59^2 + (-0.37)^2 + 0.3^2 + (-1.27)^2 + 0.51^2}{6}} = 1.02$

誤差百分比： $\frac{|3.68 - 3.67|}{3.67} \times 100\% = 0.27\%$

<設計 2: 水加速度計>

水加速度計之加速度： $a = g \tan \theta$

滑車運動觀測之加速度： $a = \frac{2s}{t^2}$

	$\theta(^{\circ})$	$a(m/s^2)$	S(m)	t(s)	$a(m/s^2)$
第一次	21.2	3.80	0.5272	0.70	2.15
第二次	18.4	3.26	0.4835	0.50	3.87
第三次	16.9	2.98	0.5691	0.71	2.28
第四次	17.0	3.00	0.5770	0.55	3.81
第五次	18.7	3.32	0.5641	0.66	2.59
第六次	20.2	3.61	0.5656	0.62	2.94
平均	18.7	3.32	0.5478	0.62	2.85

水加速度計之加速度： $a = 9.8 \times \tan(18.7^\circ) = 3.32(m/s^2)$

滑車運動觀測之加速度： $a = \frac{2 \times 0.5478}{0.62^2} = 2.85(m/s^2)$

水加速度計之加速度標準差： $\sqrt{\frac{0.48^2 + (-0.06)^2 + (-0.34)^2 + (-0.32)^2 + 0^2 + 0.29^2}{6}} = 0.30$

滑車運動觀測之加速度標準差： $\sqrt{\frac{(-0.7)^2 + 1.02^2 + (-0.57)^2 + 0.96^2 + (-0.26)^2 + 0.09^2}{6}} = 0.69$

誤差百分比： $\frac{|3.32 - 2.85|}{2.85} \times 100\% = 16.49\%$

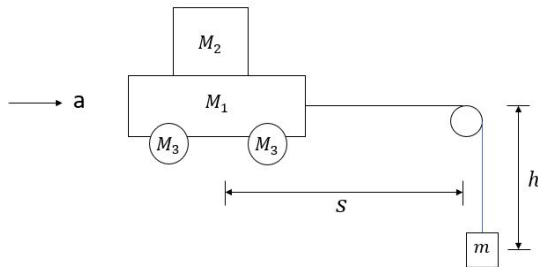
110 學年度普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽 高雄區複賽物理科實驗試題第二題試題及參考解

五、實驗討論

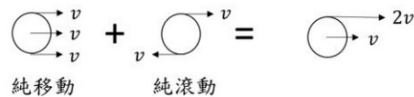
1. 擺線加速度計較水加速度計準確，原因可能為擺線為固體，但水為液體，液體形狀於短時間的加速度運動不易維持，而有較大誤差。
2. 彈簧加速度計需要彈性係數較小的彈簧，但實驗中的彈簧彈力常數都較大，不易看出彈簧形變量，故本實驗設計較無法展現其實驗結果(但若變更彈簧結構，如串聯來改變其彈性係數，則有可能可以觀測到)。
3. 實驗設計中提到的理論值(未考慮滑車輪子轉動，有考慮純轉動的計算列於附錄)經帶入實驗中的參數，所得的結果均較觀測數據小，此原因應是源自於觀測者的測量誤差(判斷運動過程的時間差會因實驗者的反應時間不同所造成的誤差)所造成(又稱為系統誤差)。故此實驗設計主要比較的是相同的實驗者在加速度計及外部觀測所得之加速度的比較。
4. 前述的系統誤差可藉由較精準的量測裝置(如高速攝影)得到修正。
5. 還有很多其他的設計，如量測擺動周期等等，這個題目是沒有標準答案的，只要設計出的加速度計及外部觀測所得之加速度相符都是好的設計。

六、附錄

因考慮滑車車輪轉動(純滾動)及摩擦力 f 作工的計算需要單獨測量滑車輪子的質量及摩擦係數，故以下為理論陳述，並無帶入測量值。利用能量守恆: 質點 m 減少的重力位能 = 滑車平移加上輪子轉動的動能 + 質點 m 的動能 + 摩擦力作功



圖五



圖六

$$mgh = \frac{1}{2}(m + M_1 + M_2 + 4M_3)v^2 + 4 \times \frac{1}{2}I\omega^2 + fs$$

$$mgh = \frac{1}{2}(m + M_1 + M_2)v^2 + 4 \times \frac{1}{2}M_3v^2 + 4 \times \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}M_3r^2\right)\left(\frac{v}{r}\right)^2 + fs$$

$$mgh = \frac{1}{2}(m + M_1 + M_2)v^2 + 3M_3v^2 + fs$$

$$v^2 = \frac{mgh - fs}{\frac{1}{2}(m + M_1 + M_2) + 3M_3}$$

$$v^2 = 2as$$

110 學年度普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽
高雄區複賽物理科實驗試題第二題試題及參考解

$$\frac{mgh - fs}{\frac{1}{2}(m + M_1 + M_2) + 3M_3} = 2as$$

$$a = \frac{mg - f}{(m + M_1 + M_2 + 6M_3)}$$

於此 $s=h$ 是因水平位移 s 和鉛直位移 h 有相同的大小。摩擦力 f 可由量測得出。此理論值比單考慮滑動的加速度更小。