

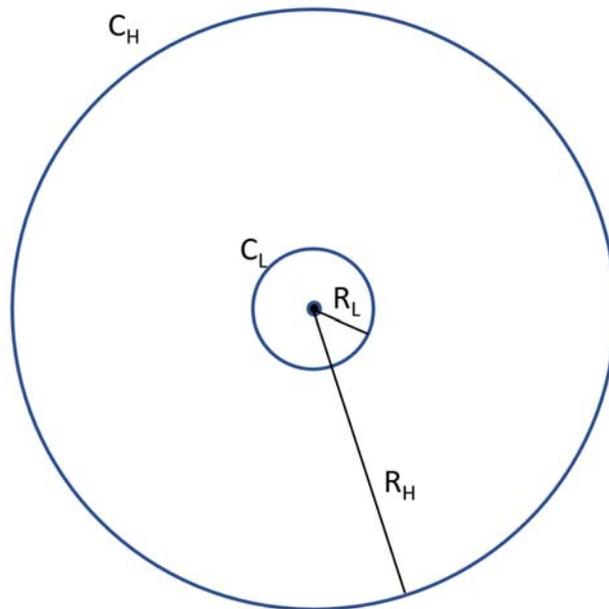
筆試試題（一）

編號：     01     .

- 說明：(1) 請先核對答案卷上之編號和你的編號是否一致。  
(2) 本試題卷共五大題，請依題號在答案卷上指定位置作答，  
試題卷需隨答案卷繳回。

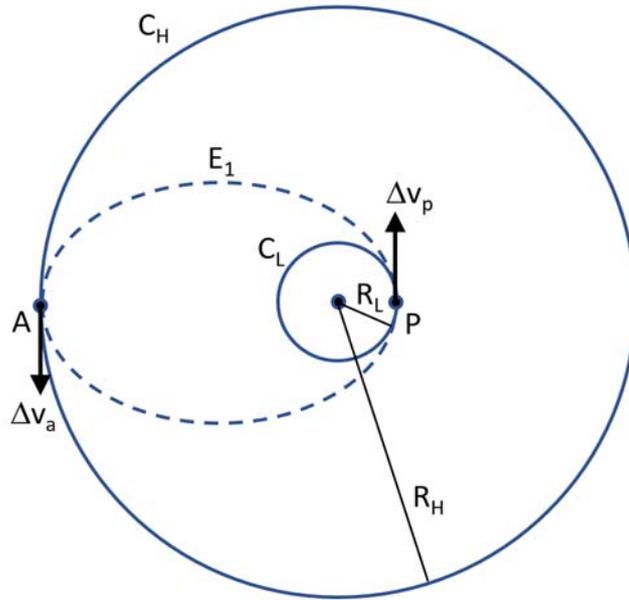
【第一題】

假設地球是一個球對稱、質量為  $M$  的物體。今有一衛星，其質量為  $m$  ( $m \ll M$ )，最初以  $7.9 \text{ km/s}$  在半徑為  $R_L$  之低圓軌道  $C_L$  運行。現在想要轉至半徑為  $R_H$  ( $R_H = 60R_L$ ) 之高圓軌道  $C_H$  運行，如圖(一)所示， $C_L$  與  $C_H$  是共面同心圓。



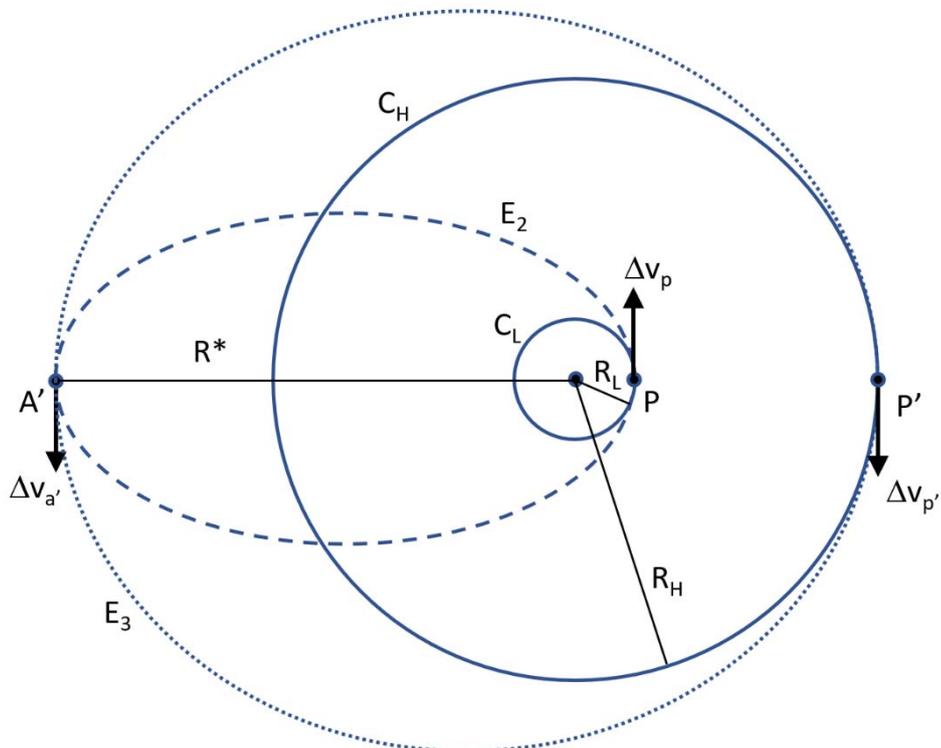
▲圖(一)

- (a) 方法一是參考下頁圖(二)，在某點  $P$  瞬間噴火，得一較大速度讓軌道從圓變成橢圓，而這橢圓  $E_1$  的"遠地點"  $A$  (離地心最遠處) 正好落在  $C_H$  上。而在  $A$  點再次瞬間噴火推進，使軌道從橢圓變成圓  $C_H$ 。令  $P$  點因點火而得之速度差為  $\Delta v_p$ ， $A$  點為  $\Delta v_a$ ，二次推行之速度差的和為  $\Delta v \equiv |\Delta v_a| + |\Delta v_p|$ ，求  $\Delta v$  之值？  
[12 分]



▲圖(二)

- (b) 方法二是參考圖(三)，在  $P$  點的瞬間噴火，讓橢圓軌道  $E_2$  的"遠地點"  $A'$  落在高圓軌道之外，距地心  $R^*$  ( $R^* > R_H$ )。在  $A'$  點二次噴火推進，使新的橢圓軌道  $E_3$  之"近地點"  $P'$  (離地心最近處) 正好落在  $C_H$  上。而在  $P'$  點三次噴火減速，讓衛星運行在  $C_H$ 。設  $R^* = 80R_L$ ，計算此三次噴火造成的速度差大小總和  $\Delta v$  之值? ( $\Delta v \equiv |\Delta v_{a'}| + |\Delta v_p| + |\Delta v_{p'}|$ ) [12 分]

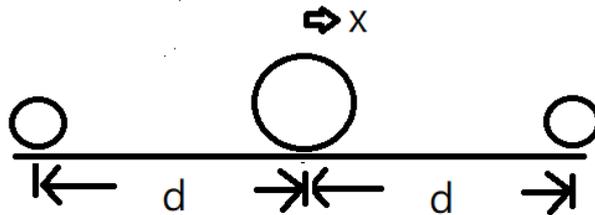


▲圖(三)

- (c) 比較(a)與(b)之  $\Delta v$  大小，並物理解釋之。 [6 分]

## 【第二題】

有兩顆實心導體球半徑為  $r$ ，原先不帶電，將這兩顆球同時和另一顆帶電的實心導體球(半徑為  $2r$ ，帶電量為  $Q$ )接觸達靜電平衡後，再分開放於一摩擦力可忽略的平面上。這三顆球放於同一線上，所處的位置如圖(四)所示。



▲圖(四)

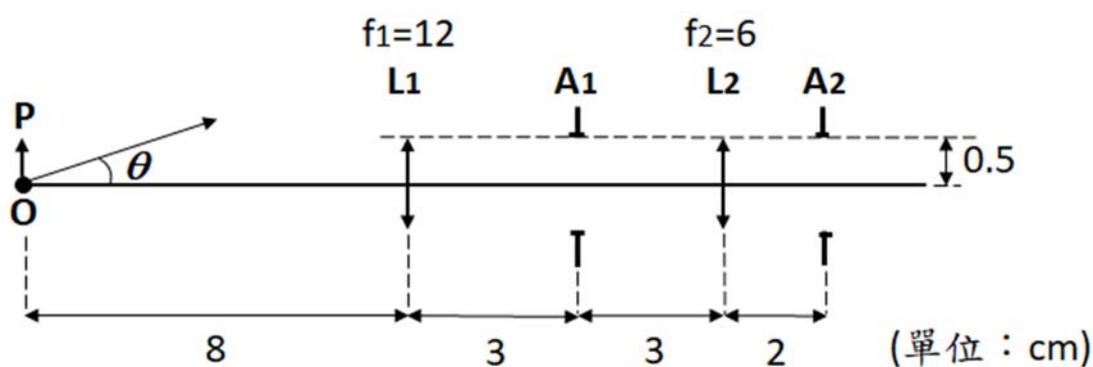
兩邊的小球位置固定不動，中央的大球僅可在  $x$  方向自由運動。今中間的大球偏移中心位置後(位移量  $x$ ， $x \ll d$ ； $r \ll d$ )在其中心位置來回震盪，若震盪週期為  $T$ 。試以庫倫常數  $k$ ，電量  $Q$ ，週期  $T$ ，半徑為  $r$ ，位移量  $x$  及間距  $d$  表示下列問題的答案，這些參數不見得會全部用上。

- 試求中央大球的質量。 [20 分]
- 將實心球改為空心導體球殼，球殼厚度遠小於半徑，其餘操作如上。試問中間球的平均面電荷密度。 [10 分]

【第三題】

如圖(五)，一物體 OP 高 0.5 cm，位於一焦距 12 cm 的凸透鏡 L<sub>1</sub> 左方 8 cm 處。L<sub>1</sub> 右方 3 cm、6 cm 與 8 cm 處分別有一圓形開孔 A<sub>1</sub>、一焦距 6 cm 的凸透鏡 L<sub>2</sub> 與另一圓形開孔 A<sub>2</sub>。若 L<sub>1</sub> 與 L<sub>2</sub> 的半徑均為 0.5 cm；A<sub>1</sub> 與 A<sub>2</sub> 除正中心半徑 0.5 cm 的圓形開孔外，其餘部分不透光。物體在光軸上的 O 點所發出的光線與光軸間的夾角為  $\theta$ 。試求：

- 最後成像位置位於物體的左方或右方多少 cm 處？ [5 分]
- 最後成像為正立或倒立？像的高度為多少 cm？ [5 分]
- 從 O 點出發，而能夠到達其最後成像位置的光線中， $\theta$  之最大值為何？ [20 分]



▲圖(五)

#### 【第四題】

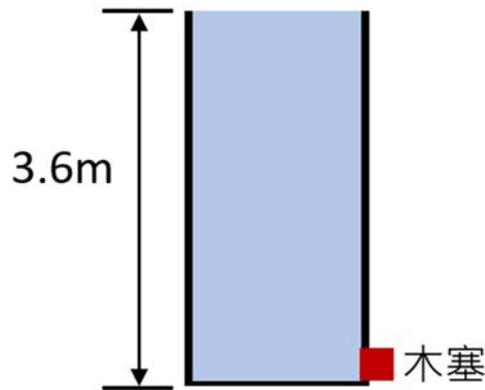
實驗室裡，若將一支特定頻率的音叉放置在一個裝水且垂直置放的長玻璃管開口處，當水位在某一高度時，會發現管中會產生很大的響聲，這就是玻璃管中的空氣與置於開口處的音叉產生共鳴。

一支全長 3.6 m 的玻璃管，(管的內半徑是  $2 \times 10^{-2}$  m)，在很靠近底部的地方鑽一小孔(孔的半徑為  $1 \times 10^{-3}$  m)。先將小孔塞住，在玻璃管裡加滿水，如圖(六)。然後拿一支頻率為 212.5 Hz 的音叉固定於開口處(很接近開口)，在敲擊音叉後，打開被塞住的小孔，假設水為不可壓縮且沒有黏滯性(不與玻璃管壁產生任何摩擦)，則在打開小孔後幾秒可以聽到第一次共鳴？ [10 分]

又在幾秒後可以聽到第二次共鳴？ [10 分]

在所有水漏完的過程中可以聽到幾次共鳴？ [10 分]

(假設當時的聲音速率為 340 m/s，重力加速度  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ，若計算過程中遇數值的比值  $\leq 1/1000$  則可以忽略不計)



▲圖(六)

### 【第五題】

美國日裔氣象學家真鍋淑郎，因建立了氣象模擬的真鍋模型，為全球暖化現象提出重要研究成果，榮獲 2021 年諾貝爾物理學獎。事實上，真鍋模型做了許多分析上的簡化，實際氣候的演變，就算是透過現代最快速的超級電腦也無法精準掌握。早在熱學蓬勃發展的兩百年前，法國物理學家傅立葉便對於溫室效應就有了初步研究……。

- (a) 我們知道十九世紀中葉後英國蘇格蘭物理學家馬克士威透過電磁學理論可以推得電磁輻射對物體表面會有輻射壓(光壓)。對於十九世紀中葉以前的時期，人們對於電磁學仍是比較陌生的，但是對熱學的研究已經累積有相當成果。請你嘗試建立一個實驗模型，透過熱力學第二定律來說明輻射壓是存在的。  
[5 分]

**註**：熱力學第二定律的克勞修斯表述為：熱量不可能從低溫物體自發傳到高溫物體。

- (b) 一以熱輻射為工作物質的熱機，其內的汽缸僅可讓熱輻射進出。現有兩個平衡的熱輻射源  $E_1$ 、 $E_2$  (其溫度分別為  $T_1$ 、 $T_2$ ， $T_1 > T_2$ )。令此熱機進行卡諾循環，試說明此循環過程 [5 分]，以及利用卡諾定理推出熱輻射的能量密度

$$u(T) = aT^4 \quad (\text{其中 } a \text{ 為常量，且已知輻射壓 } P = \frac{1}{3}u(T)) \quad [5 \text{ 分}]。$$

- (c) 根據實驗可知常量  $a = 5.7 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ ，太陽可視為黑體且表面溫度約

6000 K，地球與海王星皆視為灰體，它們面對太陽輻射的反射率分別為  $\varepsilon_E = 0.30$  與  $\varepsilon_N = 0.40$ 。

已知太陽半徑  $R_S = 7.0 \times 10^5 \text{ km}$ 、地球半徑  $R_E = 6.4 \times 10^3 \text{ km}$ 、

太陽與地球距離  $r_{SE} = 1.5 \times 10^8 \text{ km}$ 、太陽與海王星距離  $r_{SN} = 4.5 \times 10^9 \text{ km}$ 。

求地球所受到陽光輻射之輻射壓之總力為何？ [5 分]

若地球因大氣與海洋的影響而調節為表面溫度大致均勻的球體，並內部熱源可忽略，試問地球溫度為若干？ [5 分]

相仿地，海王星表面溫度為若干？ [5 分]