

第 5 區複賽 物理科實驗一參考解

(一) 實驗原理

1. 靜摩擦係數：

物體置於一傾斜角可變之斜面，當斜面傾斜角慢慢變大，假設物體恰可滑動瞬間斜面傾斜角為  $\theta_s$ ，此時物體受重力  $mg$ 、正向力  $N$  與最大靜摩擦力  $f_{s, \max}$

由靜力平衡分析，

平行斜面方向： $f_{s, \max} = mg \sin \theta_s$

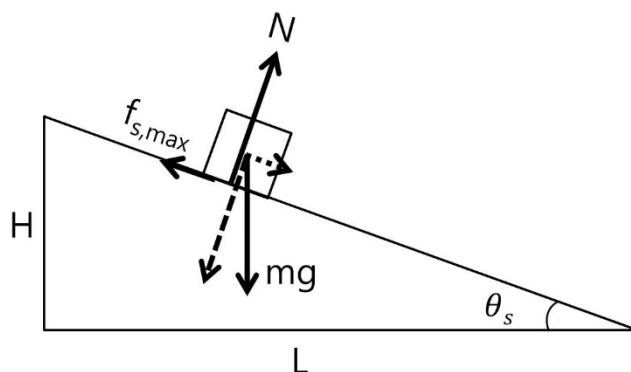
垂直斜面方向： $N = mg \cos \theta_s$

又  $f_{s, \max} = \mu_s N$

→  $mg \sin \theta_s = \mu_s mg \cos \theta_s$

→  $\sin \theta_s = \mu_s \cos \theta_s$

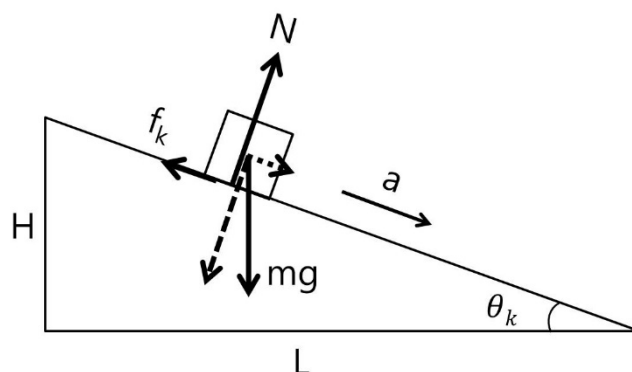
→  $\mu_s = \frac{\sin \theta_s}{\cos \theta_s} = \tan \theta_s = \frac{H}{L}$



因此我們只需要調整斜面傾斜角，紀錄恰使物體滑動瞬間之斜面高  $H$  與底邊長  $L$ ，即可求出靜摩擦係數  $\mu_s$

2. 動摩擦係數：

一斜面傾斜角  $\theta_k$ ，物體於斜面上受合力作用沿斜面向下滑動，並產生加速度  $a$ ，此時物體受重力  $mg$ 、正向力  $N$  與動摩擦力  $f_k$



物體沿斜面下滑，故垂直斜面方向： $N = mg \cos \theta_k$

由牛頓第二運動定律分析，平行斜面方向合力： $mg \sin \theta_k - f_k = ma$

又  $f_k = \mu_k N$

→  $mg \sin \theta_k - \mu_k N = ma$

→  $mg \sin \theta_k - \mu_k mg \cos \theta_k = ma$

$$\rightarrow a = g \sin \theta k - \mu k g \cos \theta k = g(\sin \theta k - \mu k \cos \theta k)$$

假設物體從靜止開始沿斜面下滑，下滑距離為  $S$ 、所需時間為  $t$ ，由等加速度運動公式可得：

$$S = \frac{1}{2} a t^2$$

$$S = \frac{g}{2} (\sin \theta k - \mu k \cos \theta k) t^2$$

$$S = \frac{g}{2} \left( \frac{H}{\sqrt{H^2 + L^2}} - \mu k \frac{L}{\sqrt{H^2 + L^2}} \right) t^2$$

測量並記錄物體下滑距離  $S$  與所需時間  $t$ ，做  $S - t^2$  關係圖，其斜率

$$M = \frac{g}{2} \left( \frac{H}{\sqrt{H^2 + L^2}} - \mu k \frac{L}{\sqrt{H^2 + L^2}} \right)$$

$$\rightarrow \mu k = \frac{H}{L} - \frac{2M}{gL} \sqrt{H^2 + L^2}$$

因此只要測量不同下滑距離  $S$  與所需時間  $t$ ，做  $S - t^2$  關係圖得其斜率  $M$ ，再帶入斜面高  $H$ 、底邊長  $L$  與重力加速度  $g$ ，即可求出動摩擦係數  $\mu k$

## (二) 實驗步驟

1. 以長尾夾夾住木板，長尾夾綁一段棉線，棉線另一端固定在支架之橫桿上，如下圖所示。



2. 稍微鬆開支架橫桿，轉動橫桿使棉線捲在桿上，同時木板被帶動使傾斜角改變。
3. 釋放捲起的棉線使木板恢復水平，放置質量 10g 之天平用砝碼於木板上，慢慢轉動橫桿，當砝碼恰可滑動時停止轉動橫桿，並將橫桿鎖緊，測量並記錄此時斜面高 $H$ 與底邊長 $L$ 。
4. 改用質量 20g、50g 之天平用砝碼，分別重複步驟 3。
5. 藉由測得數據及原理推導之公式計算求得靜摩擦係數。
6. 以長尾夾夾住橫桿及木板，使木板傾斜角固定，如下圖所示。



7. 放置質量 10g 之天平用砝碼於木板上，且距離底端長  $S$  為 75 公分，釋放砝碼從靜止開始下滑，記錄砝碼自釋放下滑至底端之時間  $t$  並重複測量三次。
8. 改變放置砝碼位置，分別距離底端 65 公分、55 公分、45 公分、35 公分，重複步驟 7。
9. 改用質量 20g、50g 之天平用砝碼，分別重複步驟 7~8。
10. 測量並記錄此時斜面高  $H$  與底邊長  $L$ 。
11. 做  $S - t^2$  關係圖，並計算回歸線之斜率  $M$ ，再由斜面高  $H$ 、底邊長  $L$  與重力加速度  $g$ ，透過原理推導之公式求出動摩擦係數。

### (三)數據紀錄、分析

#### 1. 靜摩擦係數測量

砝碼質量 $m(g)$	10	20	50
斜面高 $H(cm)$	34.40	33.90	34.20
斜面底邊長 $L(cm)$	71.95	72.73	72.40
砝碼與木板之間	0.48	0.47	0.47

的靜摩擦係數 $\mu_s$			
----------------	--	--	--

$$\text{靜摩擦係數 } \mu_s = \frac{H}{L}$$

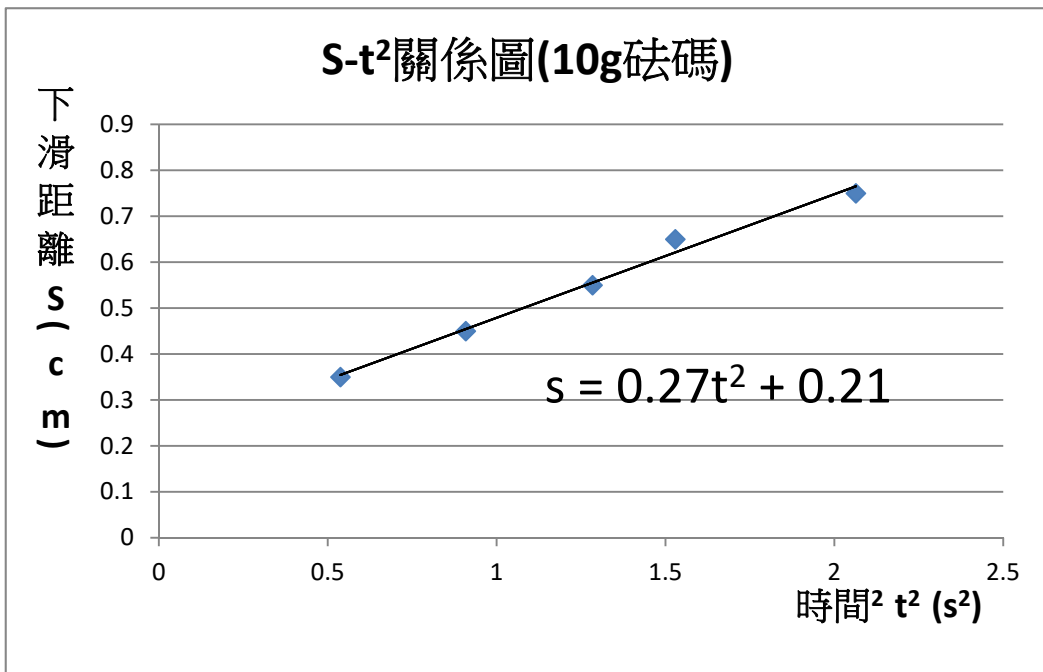
## 2. 動摩擦係數測量

(1) 帶測物：質量 10g 之天平用砝碼

斜面高  $H=36.30\text{cm}$

斜面底邊長  $L=71.30\text{cm}$

砝碼下滑 距離 $S(\text{cm})$		75.00	65.00	55.00	45.00	35.00
所需時間 $t$ (s)	第 1 次 測	1.50	1.29	1.14	0.92	0.72
	第 2 次 測	1.41	1.19	1.13	0.98	0.73
	第 3 次 測	1.40	1.23	1.13	0.96	0.75
	平均	1.44	1.24	1.13	0.95	0.73



$$\mu_k = \frac{H}{L} - \frac{2M}{gL} \sqrt{H^2 + L^2}$$

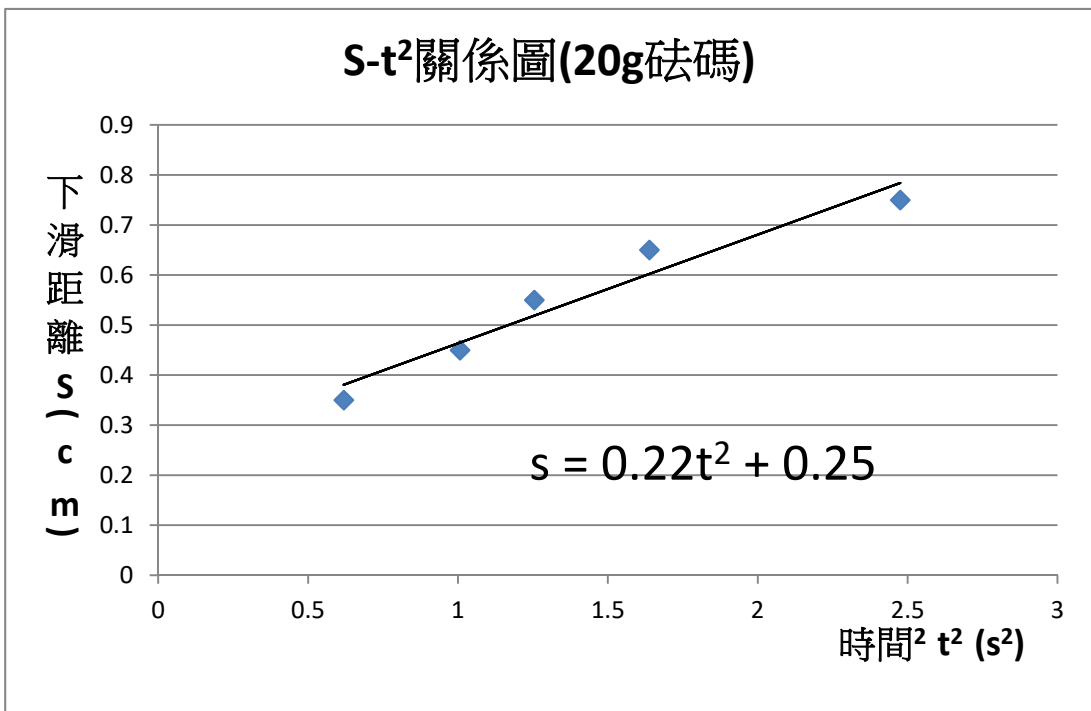
由圖可知，斜率  $M=0.27 \rightarrow \mu_k = 0.45$

(2) 帶測物：質量 20g 之天平用砝碼

斜面高H=36.30cm

斜面底邊長L=71.30cm

砝碼下滑 距離 S(cm)		75.00	65.00	55.00	45.00	35.00
所需時間 t (s)	第1次 測	1.60	1.29	1.10	1.01	0.75
	第2次 測	1.58	1.20	1.14	0.99	0.79
	第3次 測	1.54	1.35	1.12	1.01	0.82
	平均	1.57	1.28	1.12	1.00	0.79



$$\mu_k = \frac{H}{L} - \frac{2M}{gL} \sqrt{H^2 + L^2}$$

由圖可知，斜率M=0.22 →  $\mu_k = 0.46$

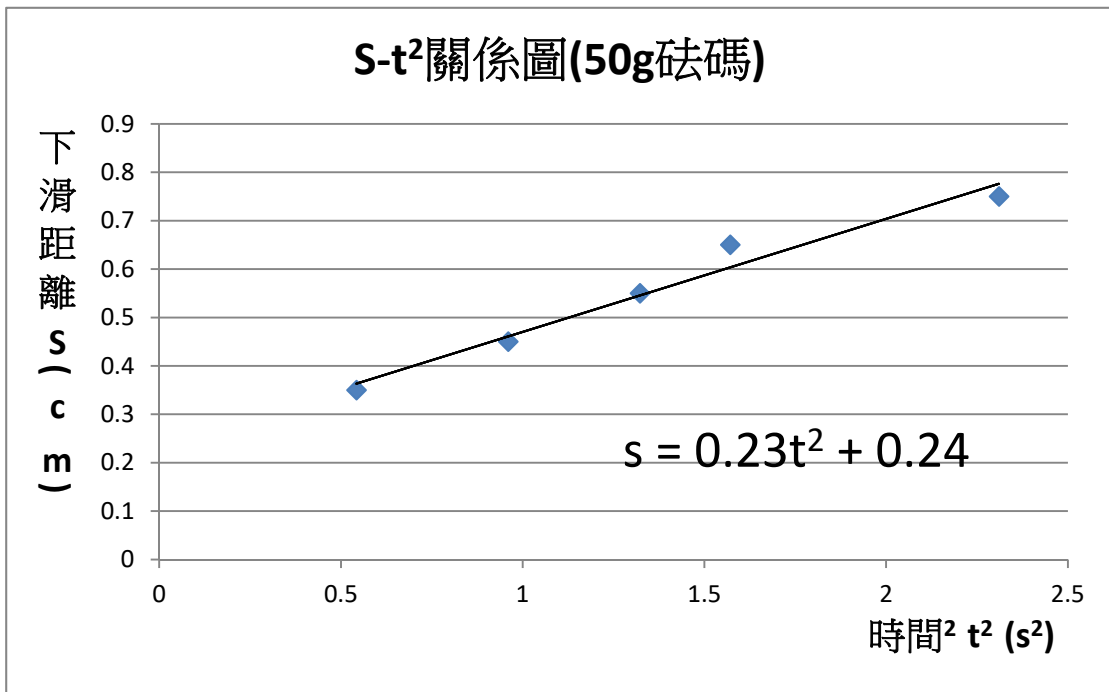
(3)帶測物：質量 50g 之天平用砝碼

斜面高H=36.30cm

斜面底邊長L=71.30cm

砝碼下滑	75.00	65.00	55.00	45.00	35.00
------	-------	-------	-------	-------	-------

距離 S(cm)						
所需時間 t (s)	第 1 次測	1.41	1.29	1.13	0.93	0.72
	第 2 次測	1.53	1.23	1.17	0.99	0.73
	第 3 次測	1.62	1.24	1.15	1.02	0.76
	平均	1.52	1.25	1.15	0.98	0.74



$$\mu_k = \frac{H}{L} - \frac{2M}{gL} \sqrt{H^2 + L^2}$$

由圖可知，斜率 $M=0.23 \rightarrow \mu_k = 0.46$

#### (四)實驗討論

##### 1. 誤差成因：

- (1) 因人有反應時間，以碼錶進行人為觀測時，存在操作者本身的反應時間誤差。
- (2) 人為控制釋放砝碼開始滑動時，手勢或力道有可能影響砝碼後續之運動。

##### 2. 誤差改善方法：

- (1) 避免過大傾斜角或過短下滑距離，拉長砝碼下滑時間。
- (2) 若能用直尺等物先擋住砝碼再靜止釋放，較能減少手勢或力道之影

響。

### 3. 原理探討：

- (1) 相同接觸面與正向力情況下，動摩擦力會略小於最大靜摩擦力，因此相同接觸面動摩擦係數略小於靜摩擦係數
- (2) 由原理推導發現物體質量  $m$  最終都會被消掉，因此摩擦係數與物體之質量無關。

### 4. 結果合理性：

- (1) 由實驗結果發現，相同接觸面之動摩擦係數略小於靜摩擦係數，與理論相符。
- (2) 我們假定不同質量之砝碼材質相同，但表面性質未必完全相同，操作結果摩擦係數確實並未完全相同，但仍可推斷與質量並無關係。

### 5. 實驗技巧：

- (1) 先操作靜摩擦係數測量，可知讓砝碼下滑所需最小角度，當操作動摩擦係數測量時，只需比該角度大一些就能讓砝碼下滑，又避免滑的太快。
- (2) 可將皮尺以夾子固定於木板旁，作為下滑距離的測量依據。

### 6. 注意事項：

- (1) 木板架設集中在支架的某一側，支架架設時應考慮整體質心位置與平衡問題，避免翻覆。
- (2) 傾斜角度無需使用量角器測量，只需記錄斜面任兩邊長度，即可求出對應三角函數值。
- (3) 計算分析時應注意帶入的物理量單位是否統一，最終結果摩擦係數應該沒有單位才正確。