

111 學年度普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽  
第 4 區複賽物理科筆試試題參考解

1. 有一個使用單擺的擺動原理來計時的時鐘，其鐘擺部分由不鏽鋼一體成形製造而成。若此不鏽鋼的線膨脹係數為  $1.73 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ ，並且此時鐘經過校正，使其在溫度  $27^{\circ}\text{C}$  時計時準確；則在  $15^{\circ}\text{C}$  時，此時鐘每小時變快或變慢多少秒？

[提示：當  $x$  很小時， $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$ ] (12 分)

參考解：

單擺的週期  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ，正比於  $\sqrt{l}$ 。

兩溫度下的週期比  $\frac{T_{15}}{T_{27}} = \frac{\sqrt{l_{15}}}{\sqrt{l_{27}}} = \frac{\sqrt{l_{27}(1-12\alpha)}}{\sqrt{l_{27}}} = \sqrt{(1-12\alpha)} \approx 1 - 6\alpha$ 。

由於時鐘以鐘擺擺動的次數計時，所以溫度  $15^{\circ}\text{C}$  的狀況下，比起溫度  $27^{\circ}\text{C}$  的狀況下，每小時多擺動的次數：

$$\frac{3600}{T_{15}} - \frac{3600}{T_{27}}。$$

則溫度  $15^{\circ}\text{C}$  的狀況下，比起溫度  $27^{\circ}\text{C}$  的狀況下，每小時減少的秒數：

$$\begin{aligned} T_{15} \cdot \left( \frac{3600}{T_{15}} - \frac{3600}{T_{27}} \right) &= 3600 \cdot \left( 1 - \frac{T_{15}}{T_{27}} \right) \approx 3600 \cdot [1 - (1 - 6\alpha)] = 3600 \cdot 6\alpha \\ &= 0.374 \text{ (秒)} \end{aligned}$$

所以溫度  $15^{\circ}\text{C}$  時，時鐘**變快 0.374 秒**

# 111 學年度普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽 第 4 區複賽物理科筆試試題參考解

2. 在一懸崖的頂端，讓 A 物體從靜止自由落下  $h_1$  公尺的高度後，讓另一 B 物體在懸崖頂端的下方  $h_2$  公尺處從靜止自由落下，結果 A 與 B 兩物體同時著地。假設以上各地點的重力加速度大小均相等，且空氣阻力可以忽略不計，則懸崖頂端距離地面多少公尺？（12 分）

參考解：

參考下圖，設 B 物體靜止時距地面  $h_3$  公尺，從開始落下到著地經  $t$  秒，則

$$h_3 = \frac{1}{2}gt^2 \quad (1)$$

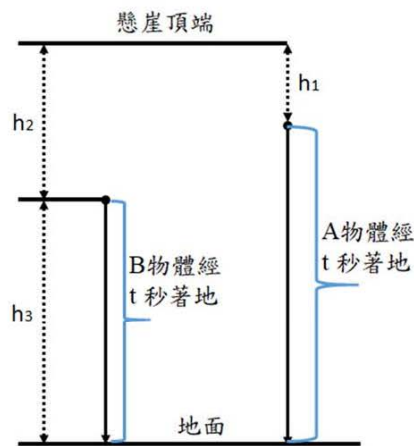
A 物體從靜止自由落下  $h_1$  公尺時，速度大小為  $\sqrt{2gh_1}$ ；

又 A 物體由懸崖下方  $h_1$  公尺到著地一樣經  $t$  秒，則

$$h_2 + h_3 - h_1 = \sqrt{2gh_1} \cdot t + \frac{1}{2}gt^2 \quad (2)$$

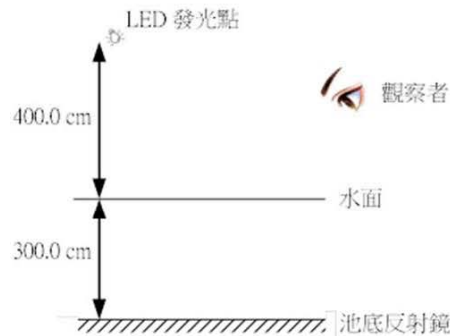
$$(2)-(1), h_2 - h_1 = \sqrt{2gh_1} \cdot t, \text{ 則 } t = \frac{h_2 - h_1}{\sqrt{2gh_1}}, \text{ 所以 } h_3 = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{(h_2 - h_1)^2}{4h_1}。$$

$$\text{懸崖頂端距地面高度為 } h_2 + h_3 = h_2 + \frac{(h_2 - h_1)^2}{4h_1} = \frac{(h_2 + h_1)^2}{4h_1}。$$



# 111 學年度普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽 第 4 區複賽物理科筆試試題參考解

3. 如下圖，有一水池水深 300.0 cm，其底部為一大片平面鏡，且鏡面與水面平行。一 LED 發光點位於水面上方 400.0 cm 處，若水的折射率為 1.33，則池邊水面上的觀察者會覺得由 LED 所發出的光，經池底鏡面反射而來的光線，是從水面下多少 cm 處所發射出來？[提示：假設光線的夾角夠小，使得夾角  $\theta$  可滿足  $\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$ ] (12 分)



參考解：參考下圖， $\frac{a}{400.0} = \tan\theta_1 \approx \theta_1$ ，則  $a \approx 400.0 \cdot \theta_1$ ；

$$\frac{b/2}{300.0} = \tan\theta_2 \approx \theta_2，則 b \approx 600.0 \cdot \theta_2；$$

$$\frac{a+b}{300.0+d} = \tan\theta_1 \approx \theta_1，a + b \approx (300.0 + d) \cdot \theta_1，則 d \approx \frac{a+b}{\theta_1} - 300.0。$$

由斯涅耳定律(Snell's law)， $n_{\text{空氣}} \cdot \sin\theta_1 = n_{\text{水}} \cdot \sin\theta_2$ ；使用小角度近似，則

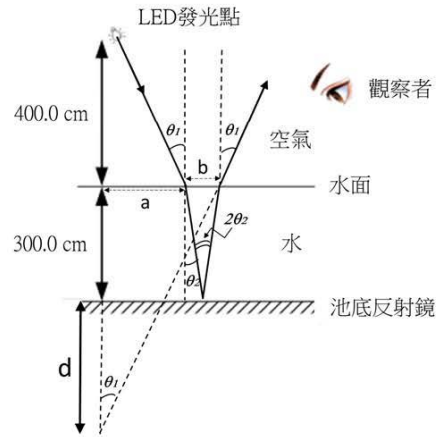
$$n_{\text{空氣}} \cdot \theta_1 \approx n_{\text{水}} \cdot \theta_2，則 \frac{\theta_2}{\theta_1} \approx \frac{n_{\text{空氣}}}{n_{\text{水}}}。$$

$$d \approx \frac{a+b}{\theta_1} - 300.0 \approx \frac{400.0 \cdot \theta_1 + 600.0 \cdot \theta_2}{\theta_1} - 300.0 \approx 400.0 + 600.0 \cdot \frac{\theta_2}{\theta_1} - 300.0$$

$$\approx 400.0 + 600.0 \cdot \frac{n_{\text{空氣}}}{n_{\text{水}}} - 300.0 = 400.0 + 600.0 \cdot \frac{1}{1.33} - 300.0 = 551.1 \text{ (cm)}$$

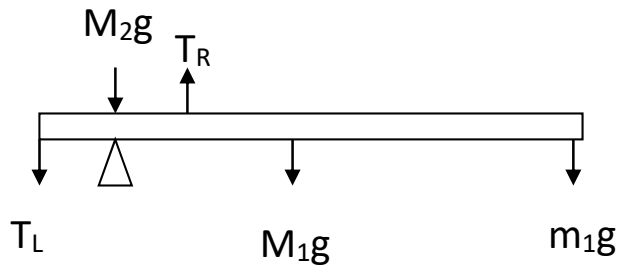
所以觀察者會覺得 LED 光點，經由池底反射鏡而來的光線是來自水面下  $300.0 + 551.1 = 851.1 \text{ (cm)}$ 。

111 學年度普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽  
第 4 區複賽物理科筆試試題參考解



111 學年度普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽  
第 4 區複賽物理科筆試試題參考解

4.



須符合靜力矩平衡

$$T_L \frac{l_2}{2} = -T_R \frac{l_2}{2} + M_1 g l_1 + m g L$$

與靜力平衡

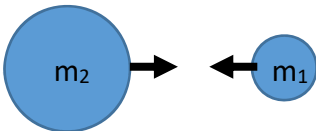
$$T_R = T_L + M_2 g + M_1 g + m g$$

經過運算後,

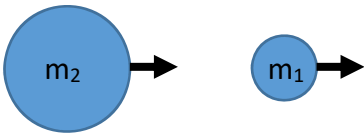
$$T_L = -\frac{1}{2}(M_1 + M_2 + m)g + \frac{l_1}{l_2} M_1 g + \frac{L}{l_2} m g$$

$$T_R = +\frac{1}{2}(M_1 + M_2 + m)g + \frac{l_1}{l_2} M_1 g + \frac{L}{l_2} m g$$

5. (a)



Assume the mass of ball  $m_1$ , the mass of baseball bat  $m_2$ , the velocity before collision are  $v_{1b}$ ,  $v_{2b}$ . After collision, the velocity become  $v_{1a}$ ,  $v_{2a}$ .



The conservation of momentum and energy

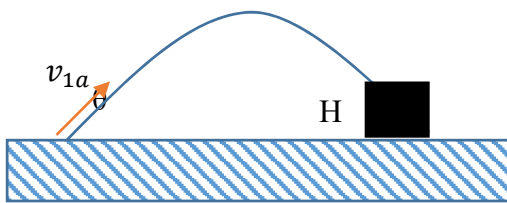
$$m_1 v_{1a} + m_2 v_{2a} = -m_1 v_{1b} + m_2 v_{2b}$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} m_1 (v_{1a}^2 - v_{1b}^2) = \frac{1}{2} m_2 (v_{2a}^2 - v_{2b}^2) = P_0 * \Delta t$$

$$v_{1a}^2 = \frac{2}{m_1} (P_0 * \Delta t + \frac{1}{2} m_1 v_{1b}^2) \Rightarrow$$

$$\text{衝量} = m_1 \Delta v_1 = m_1 (\vec{v}_{1a} - \vec{v}_{1b}) = m_1 \left( \sqrt{\frac{2P_0 * \Delta t}{m_1} + v_{1b}^2} + v_{1b} \right)$$

111 學年度普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽  
第 4 區複賽物理科筆試試題參考解



(2)

$$L_0 < v_{1a} \cos \theta * t_{fly}$$

$$H = v_{1a} \sin \theta * t_{fly} + \frac{1}{2} g (t_{fly}^2)$$

$$t_{fly} = \frac{v_{1a} \sin \theta \pm \sqrt{v_{1a}^2 \sin^2 \theta - 2gH}}{g}$$

There are two solutions, but we choose the larger solution.

$$L_0 < \frac{v_{1a} \cos \theta}{g} [v_{1a} \sin \theta \pm \sqrt{v_{1a}^2 \sin^2 \theta - 2gH}]$$