

111 學年度普型高級中等學校物理能力競賽第四區複賽
物理科實驗試題第二題參考解

實驗目的

在不使用碼表的情況中，利用物體的自斜面拋出後的距離測量斜面的動摩擦係數。

需紀錄的數據：

1. 落地距離 D
2. 斜面與桌面的高度 H_1
3. 斜面與地面的高度 H_2
4. 斜面長度 L

實驗原理

一物體在粗糙斜面上自由下滑如圖 1 中所示，此時物體共受重力 mg 、動摩擦力 f 與正向力 N 三種力作用，考慮正向力 N 與重力垂直於斜面的分力大小 ($mg\cos\theta$) 相同、方向相反彼此抵消，故物體所受淨力為

$$F_{\text{net}} = mg\sin\theta - f \quad \dots(一)$$

其中動摩擦力 f 為正向力 N 與動摩擦係數 μ 的乘積，式一可改寫為

$$F_{\text{net}} = mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta = ma \quad \dots(二)$$

此處 a 為物體的加速度。

若我們想要求物體與斜面間的動摩擦係數 μ ，我們可以將式二移項獲得

$$\mu = \tan\theta - \left(\frac{a}{g\cos\theta}\right) \quad \dots(三)$$

為了求得加速度 a 我們引入等加速度直線運動公式

$$L = v_0t + \frac{1}{2}at_1^2 \quad \dots(四)$$

$$v = v_0 + at \quad \dots(五)$$

因為物體為自由下滑所以 $v_0 = 0$ ，再將式五代入式四可得

$$a = \frac{v^2}{2L} \quad \dots(六)$$

將式六代入式三中我們可知動摩擦係數為

$$\mu = \tan\theta - \left(\frac{v^2}{2L * g\cos\theta}\right) \quad \dots(七)$$

接著我們若能知道物體在斜面的末速度 v 與重力 g 便可得知動摩擦係數，我們可以藉由物體自斜面斜拋至地面的運動來求得他們，回顧圖 1，我們假設斜面底至地面為 H_2 ，若物體斜拋歷時 t_2 ，物體斜拋落地後距離斜坡的水平距離 D 為

$$D = v_x * t_2 \quad \dots(八)$$

這裡 v_x 為 v 在 x 方向的分量 $v_x = v\cos\theta$ ，再移項可得

$$t_2 = \frac{D}{v_x} \quad \dots(九)$$

111 學年度普型高級中等學校物理能力競賽第四區複賽

物理科實驗試題第二題參考解

我們再使用垂直方向的距離公式

$$H_2 = v_y * t_2 + \frac{1}{2}gt_2^2 \quad \dots(十)$$

其中 v_y 為 v 在 y 方向的分量 $v_y = v\sin\theta$ ，將式九代入式十可得

$$H_2 = v\sin\theta * \left(\frac{D}{v\cos\theta}\right) + \frac{1}{2}g\left(\frac{D}{v\cos\theta}\right)^2 \quad \dots(十一)$$

因為 $\tan\theta = \sin\theta / \cos\theta$ ，我們可以簡化式十一為

$$H_2 = \tan\theta * D + \frac{1}{2}gD^2/(v^2\cos^2\theta) \quad \dots(十二)$$

將式十二中的 v^2 單獨提到式的一邊

$$v^2 = \frac{gD^2}{(2H_2 - 2\tan\theta * D) * \cos^2\theta} \quad \dots(十三)$$

我們將式十三代回式七可得動摩擦力係數為

$$\mu = \tan\theta - \left(\frac{\frac{gD^2}{(2H_2 - 2\tan\theta * D) * \cos^2\theta}}{2L * g\cos\theta}\right) \quad \dots(十四)$$

將式十四簡化一下

$$\mu = \tan\theta - \left(\frac{D^2}{4L * \cos^3\theta * (H_2 - D\tan\theta)}\right) \quad \dots(十五)$$

其中 $\cos\theta = \sqrt{L^2 - H_1^2}/L$ 另外 $\tan\theta = H_1^2/\sqrt{L^2 - H_1^2}$ ，如此我們便可藉由測量

H_1 、 H_2 、 L 和 D 來計算斜坡的動摩擦力係數了。

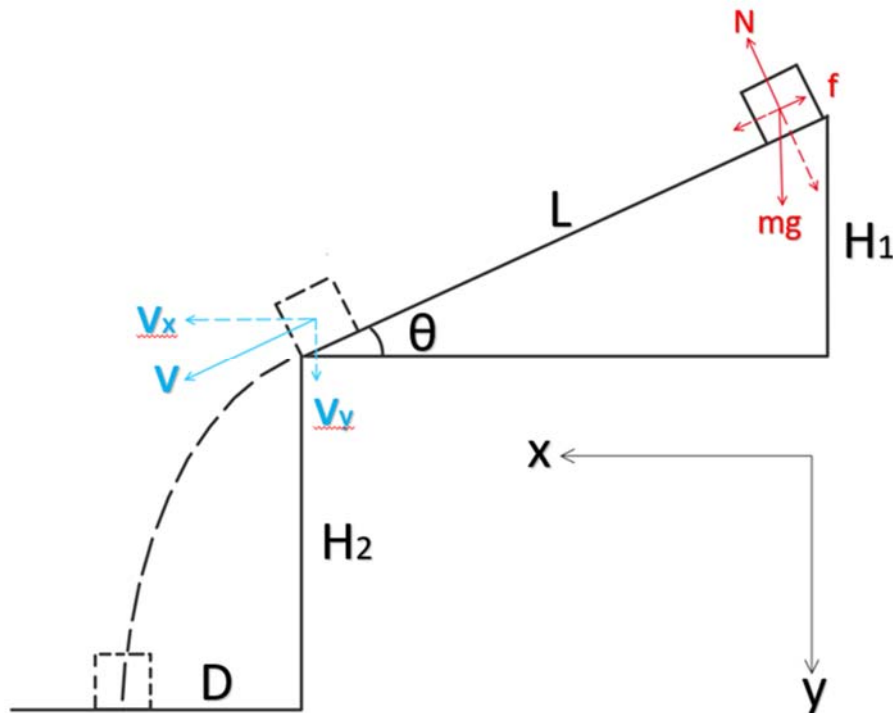


圖 1: 物體在粗糙斜面上滑受受力分析圖

111 學年度普型高級中等學校物理能力競賽第四區複賽 物理科實驗試題第二題參考解

器材

待測物 一個

PP 瓦楞板 100mm*60mm 一張

直尺(一支

透明膠帶 一捲

美工刀 一把

切割墊 一張

方格紙 五張

白紙 五張

步驟

1. 將器材架設如圖 2
2. 設置一個可以讓墊片下滑的角度後以膠帶固定
3. 用尺或捲尺測量並記錄 H_1 、 H_2 與 L
4. 將墊片放置於斜面上讓其自然下滑並斜拋至地面，利用皮尺測量落地點與斜面的水平距離
5. 利用式十五計算動摩擦係數



圖 2: 實驗裝置圖

實驗數據與分析

111 學年度普型高級中等學校物理能力競賽第四區複賽
物理科實驗試題第二題參考解

PP 瓦楞板 直紋正面

$$L= 29.2(\text{cm})$$

$$H1= 14.8(\text{cm})$$

$$H2= 74.1(\text{cm})$$

$$\text{平均 } D = 32.075(\text{cm})$$

$$\cos\theta = \sqrt{L^2 - H_1^2}/L = 0.862035$$

$$\tan\theta = H_1^2/\sqrt{L^2 - H_1^2} = 0.587969$$

$$\text{代入式十五得動摩擦係數 } \mu = 0.3390$$

PP 瓦楞板 直紋反面

$$L= 29.2(\text{cm})$$

$$H1= 14.8(\text{cm})$$

$$H2= 74.1(\text{cm})$$

$$\text{平均 } D = 31.375(\text{cm})$$

$$\cos\theta = \sqrt{L^2 - H_1^2}/L = 0.862035$$

$$\tan\theta = H_1^2/\sqrt{L^2 - H_1^2} = 0.587969$$

$$\text{代入式十五得動摩擦係數 } \mu = 0.3515$$

PP 瓦楞板 橫紋正面

$$L= 30.40(\text{cm})$$

$$H1= 15.35(\text{cm})$$

$$H2= 74.90(\text{cm})$$

$$\text{平均 } D = 32.325(\text{cm})$$

$$\cos\theta = \sqrt{L^2 - H_1^2}/L = 0.863158$$

$$\tan\theta = H_1^2/\sqrt{L^2 - H_1^2} = 0.584985$$

$$\text{代入式十五得動摩擦係數 } \mu = 0.3463$$

PP 瓦楞板 橫紋反面

$$L= 30.40(\text{cm})$$

$$H1= 15.35(\text{cm})$$

$$H2= 74.90(\text{cm})$$

111 學年度普型高級中等學校物理能力競賽第四區複賽
物理科實驗試題第二題參考解

平均 $D = 31.450(\text{cm})$

$$\cos\theta = \sqrt{L^2 - H_1^2}/L = 0.863158$$

$$\tan\theta = H_1^2/\sqrt{L^2 - H_1^2} = 0.584985$$

代入式十五得動摩擦係數 $\mu = 0.3611$

討論

在本次實驗中直紋的 PP 瓦楞板有較小的動摩擦係數，可能是橫紋會造成滑動的阻礙，而墊片正面有較小的動摩擦係數，可能是反面有未處理乾淨的毛邊導致。