2025 高雄區能力競賽物理科筆試題參考解

1. 甲與乙兩人共乘一艘停泊於靜止水面的小船，該船材質均勻，長度 4 公尺，質量 40 公斤。一開始甲與乙分別位於船的左端與右端，當兩人交換位置後，船向右移動了 1 公尺。已知甲的質量為 50 公斤，試求乙的質量為多少公斤？（10 分）

參考解：

設一開始系統質心位置距離船左端 x 公尺，乙的質量為 m 公斤，g為重力加速度量值，則

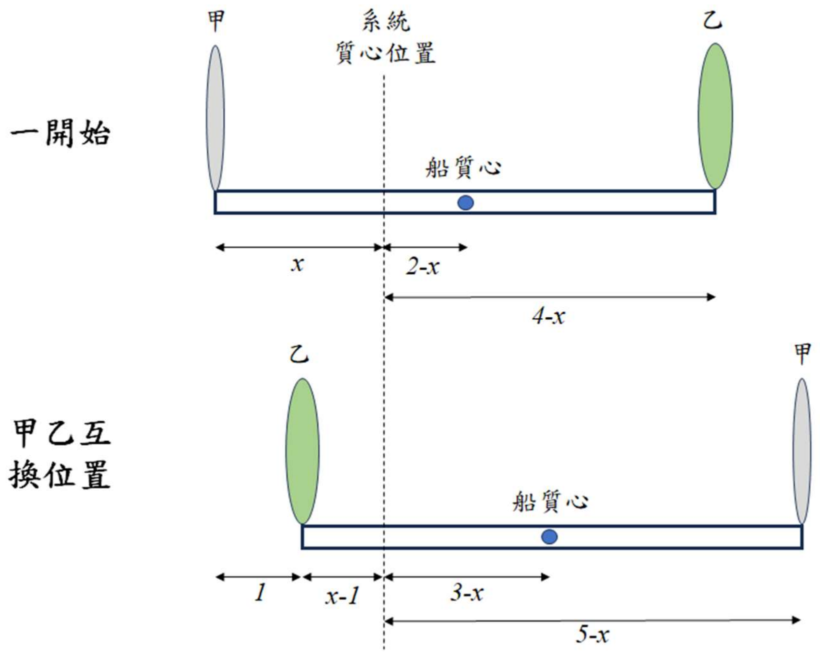
$$50\,g \times x = 40\,g \times (2-x) + m\,g \times (4-x) \tag{1}$$

當甲與乙互換位置後，船向右移動了 1 公尺，但質心位置相對於水面不變，則

$$m\,g \times (x-1) = 40\,g \times (3-x) + 50\,g \times (5-x) \tag{2}$$

解(1)與(2)聯立方程式，可得

$$\boldsymbol{m = \frac{290}{3} \approx 96.67\ (公斤)}$$



2. 有一物體距離一屏幕 D 公分，若在此物體與屏幕之間放置一焦距為 F 公分的凸透鏡，並且凸透鏡所放位置會有兩處(假設為 A 點與 B 點)可讓此物體在屏幕上清楚成像。

(a) 試求 A 點與 B 點之間的距離為多少公分(以 D 與 F 表示)？（10 分）

(b) 試求透鏡放在 A 點與 B 點，分別形成的 2 個像之橫向放大率的比值為多少(以 D 與 F 表示)？（10 分）

參考解：

設物距為 x 公分，則像距為 D-x 公分。由高斯成像公式

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{D-x}=\frac{1}{F} \tag{1}$$

可轉化成

$$x^2-D\cdot x+F\cdot D=0 \tag{2}$$

解一元二次方程式，可得

$\boldsymbol{x=\frac{D+\sqrt{D^2-4FD}}{2}}$ 或 $\boldsymbol{\frac{D-\sqrt{D^2-4FD}}{2}}$ ，恰為 A 點與 B 點的位置。

(a)則 A 點與 B 點之間的距離為$\frac{D+\sqrt{D^2-4FD}}{2}-\frac{D-\sqrt{D^2-4FD}}{2}=\boldsymbol{\sqrt{D^2-4FD}}$（公分）。

(b) 橫向放大率 $=-\frac{\text{像距}}{\text{物距}}=-\frac{D-x}{x}=-\frac{\frac{D-\sqrt{D^2-4FD}}{2}}{\frac{D+\sqrt{D^2-4FD}}{2}}$ 或 $-\frac{\frac{D+\sqrt{D^2-4FD}}{2}}{\frac{D-\sqrt{D^2-4FD}}{2}}$；

則 2 個像之橫向放大率的比值為 $\boldsymbol{(\frac{D-\sqrt{D^2-4FD}}{D+\sqrt{D^2-4FD}})^2}$ 或 $\boldsymbol{(\frac{D+\sqrt{D^2-4FD}}{D-\sqrt{D^2-4FD}})^2}$。

Pb.1

(a) 視該團氣體為靜止流體，其浮力源自不同高之壓力差:

$$\big(\mathrm{P}-(\mathrm{P}+\mathrm{dP})\big)\mathrm{A}=\frac{Nm}{V}Ag\ \ dy \rightarrow \frac{dP}{dy}=-\frac{Nm}{V}g$$

(b) 由PV^{γ}為定值，可用理想氣體方程式將 V 代換為 NkT/P 得出在 N 固定的條件下絕熱過程也可寫為$P^{1-\gamma}T^{\gamma}$為定值，故:

$$(1-\gamma)\frac{dP}{\mathrm{dy}}P^{-\gamma}T^{\gamma}+(\gamma)\frac{dT}{\mathrm{dy}}P^{1-\gamma}T^{\gamma-1}=0\rightarrow\frac{dT}{\mathrm{dy}}=-\frac{(1-\gamma)}{\gamma}\frac{dP}{\mathrm{dy}}\frac{T}{\mathrm{P}}$$

代入(a)的結果得出$\frac{dT}{\mathrm{dy}}=\frac{(1-\gamma)}{\gamma}\frac{NmT}{VP}g$=$\frac{(1-\gamma)}{\gamma}\frac{mg}{k}$

(c) $\frac{(1-\frac{7}{5})}{\frac{7}{5}}\frac{29\times10^{-3}\times9.8}{1.38\times10^{-23}\times6.02\times10^{23}}=9.77\times10^{-3}(\frac{{}^{0}C}{m})$= $9.77(\frac{{}^{0}C}{Km})$

Pb.2

(a) $M\frac{\mathrm{X}}{\mathrm{L}}g>M\frac{\mathrm{L-X}}{\mathrm{L}}g(1.1\,\mu)\rightarrow$X>(L-X)1.1$\mu$ $\rightarrow$ X>$\frac{\mathrm{L}\ (1.1\,\mu)}{1+1.1\,\mu}$

(b) 先由力學能變化等於摩擦力作功求出鐵鍊剛脫離桌面時的速率 vi:

$$\frac{M(vi)^2}{2}=Mg\frac{L}{2}-Mg\frac{X}{\mathrm{L}}\left(\frac{X}{2}\right)-\int_X^L Mg\frac{L-x}{L}\,\mu\ dx=Mg[\left(\frac{L}{2}\right)-\left(\frac{X^2}{2\mathrm{L}}\right)-\ \mu\left(\frac{(L-X)^2}{2\mathrm{L}}\right)]$$

之後鐵鍊頂端的運動可視為自由落體(僅受重力作用)，當鐵鍊剩 L/3 的長度未落至底面的瞬間其速率為 vf:

$$(vf)^2=(vi)^2+2g\left(h-\frac{L}{3}\right)=2g[\left(\frac{L}{2}\right)-\left(\frac{X^2}{2\mathrm{L}}\right)-\ \mu\left(\frac{(L-X)^2}{2\mathrm{L}}\right)+\left(h-\frac{L}{3}\right)]$$

於此時磅秤受力 W 為已落地的 2/3 鐵鍊的重力與吸收鐵鍊撞擊磅秤的動量變化所造成的力:

$$\mathrm{W}=Mg\left(\frac{2}{3}\right)+(vf)\left(\frac{dM}{\mathrm{dt}}\right)=\ Mg\left(\frac{2L}{3}\right)+(vf)\left(\frac{M}{\mathrm{L}}\right)(vf)=\ Mg\left(\frac{2}{3}\right)+Mg[1-$$

$$\left(\frac{X^2}{L^2}\right)-\ \mu\left(\frac{(L-X)^2}{L^2}\right)+\left(\frac{2h}{\mathrm{L}}-\frac{2}{3}\right)]$$

多項式微積分公式

不定積分:

$$\int \mathrm{x}^n dx = \frac{1}{n+1}\mathrm{x}^{n+1} + Contant$$

定積分:

$$\int_a^b \mathrm{x}^n dx = \frac{1}{n+1}\mathrm{b}^{n+1} - \frac{1}{n+1}\mathrm{a}^{n+1}$$

微分公式:

$$\frac{d\mathrm{x}^n}{dx} = \mathrm{nx}^{n-1}$$