

【參考實驗步驟】

1. 將筷子，用膠帶固定在桌邊（筷子露出桌邊的長度不要過長）。
2. 量彈簧長度，記作 l_0 。
3. 裁一段適當長的尼龍線，並將全部砝碼（ $40\text{ g} + 10\text{ g} \times 5$ ）掛上，並且綁在彈簧的一端。
4. 將彈簧的另一端掛在露出桌邊的筷子上。
5. 首先測量掛上砝碼後，彈簧靜止的長度，記作 l 。
6. 用手把砝碼托著，使彈簧回復到原長後，自由釋放砝碼，使其成爲一個垂直震盪系統，同時記下來回五次經過原釋放點的時間，記爲 $5T$ （其中 T 表此震盪系統的週期）。
7. 重覆步驟 6 次後，扣除最大和最小之值，留下 5 次數值。
8. 逐一拿下 10 g 的砝碼後，即改變不同的懸掛在彈簧上的砝碼重量，重覆步驟 5~7。

【參考實驗數據】

1. 推算過程：

從 $mg = k\Delta x$ ，在 $\Delta x - m$ 圖中（ x 軸爲彈簧懸掛重； y 軸爲彈簧伸長量 Δx ，即 $\Delta x = l - l_0$ ）可得到關係式：

$$\Delta x = \left(\frac{g}{k}\right) m$$

此時，圖中的趨勢線的斜率爲 $\frac{g}{k}$ ，並記爲 a 。

$$\text{且 } k = \frac{mg}{\Delta x}$$

$$\text{利用 } T = 2\pi\sqrt{\frac{m+m_s}{k}} \text{，及 } k = \frac{mg}{\Delta x}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow T^2 &= 4\pi^2 \frac{m}{k} + 4\pi^2 \frac{m_s}{k} \\ &= 4\pi^2 \cancel{m} \frac{\Delta x}{\cancel{m}g} + \frac{4\pi^2}{k} m_s \\ &= \frac{4\pi^2}{g} \Delta x + \frac{4\pi^2}{k} m_s\end{aligned}$$

在 $T^2 - \Delta x$ 的關係圖（ x 軸爲 Δx ， y 軸爲週期平方 T^2 ）中，可得到其趨勢線關係式爲：

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \Delta x + \frac{4\pi^2}{k} m_s$$

此時，此趨勢線斜率為 $\frac{4\pi^2}{g}$ ，記作 b ； T^2 軸（y 軸）的截距為 $\frac{4\pi^2}{k}m_s$ ，記作 c 。

所以，藉由

$$a = \frac{g}{k}$$

$$b = \frac{4\pi^2}{g}$$

$$c = \frac{4\pi^2}{k}m_s$$

可得 $m_s = \frac{c}{ab}$

其中 a 為 $\Delta x - m$ 關係圖中之斜率； b 為 $T^2 - \Delta x$ 關係圖中之斜率； c 為 $T^2 - \Delta x$ 的關係圖之截距。

2. 實驗記錄：

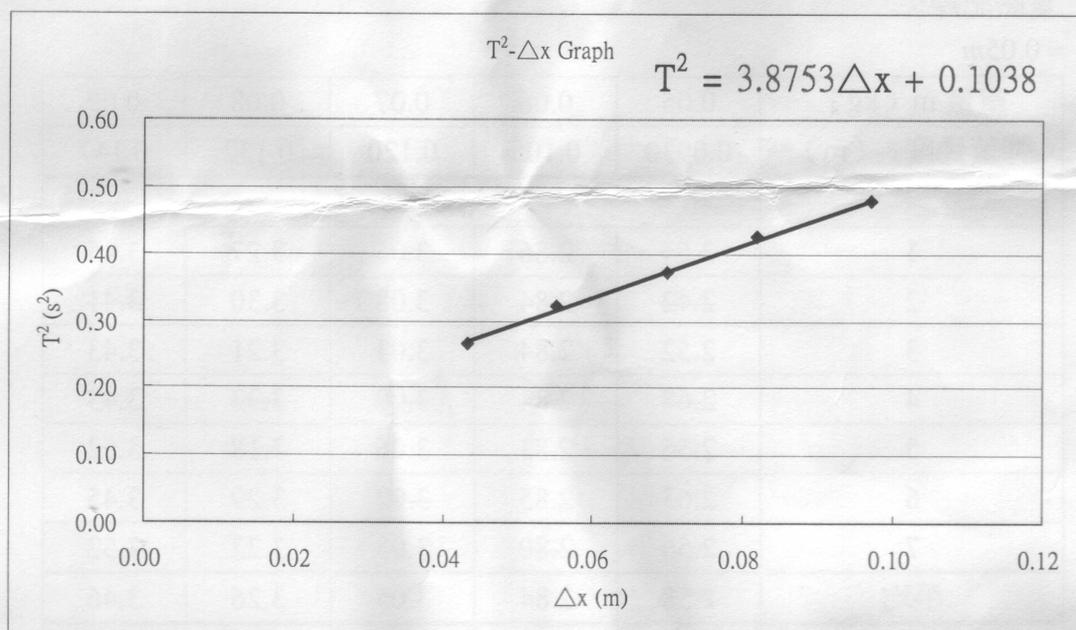
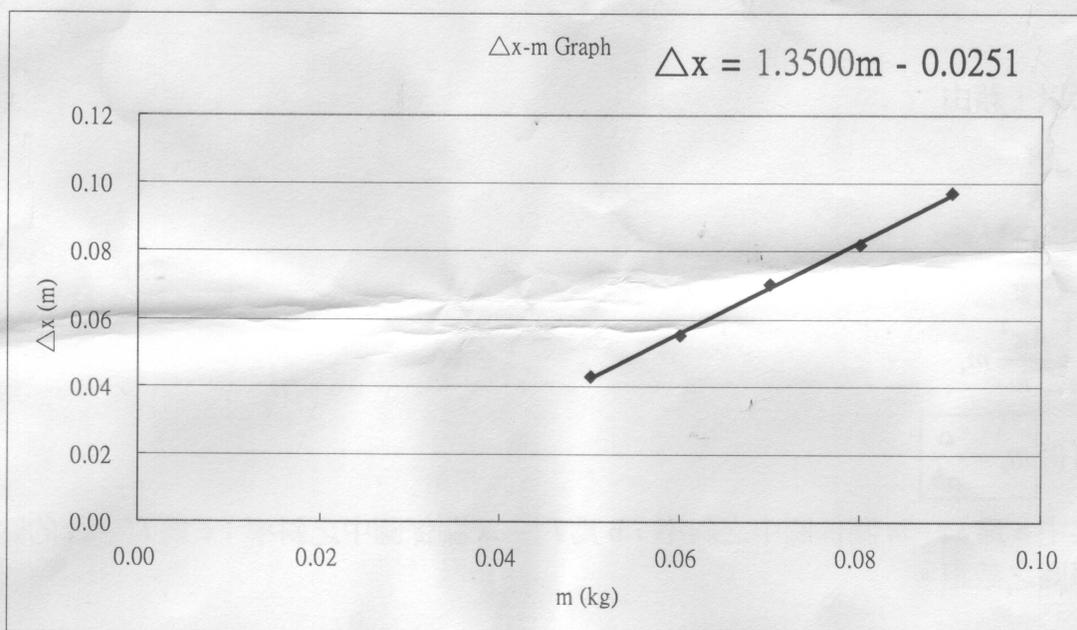
$$l_0 = 0.05m$$

重量 m (kg)	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
彈簧長度 l (m)	0.0930	0.105	0.120	0.132	0.147
	5 次週期 $5T$ (s)				
1	2.64	2.86	3.05	3.27	3.45
2	2.42	2.84	3.08	3.30	3.41
3	2.52	2.84	3.03	3.21	3.43
4	2.68	2.84	3.09	3.33	3.43
5	2.56	2.83	3.06	3.18	3.52
6	2.63	2.85	3.02	3.29	3.45
7	2.56	2.80	3.03	3.22	3.52
平均	2.58	2.84	3.05	3.26	3.46
T (週期)	0.52	0.57	0.61	0.65	0.69
T^2 (單位 s^2)	0.267	0.323	0.372	0.425	0.478

m (kg)	Δx (m)
0.05	0.043
0.06	0.055
0.07	0.070
0.08	0.082
0.09	0.097

Δx (m)	T^2 (s^2)
0.043	0.267
0.055	0.323
0.070	0.372
0.082	0.425
0.097	0.478

3. 計算結果：



$$\therefore a = 1.3500, b = 3.8753, c = 0.1038$$

$$\begin{aligned}\therefore m_s &= \frac{c}{ab} \\ &= \frac{0.1038}{1.35 \times 3.8753} \\ &= 0.0198\end{aligned}$$

所以測量結果，彈簧的有效質量為 19.8 克。