

九十七學年度高級中學自然學科競賽高雄區複賽

物理實驗試題第一題 編號：

題目：考慮一個由物體（質量為 m ）與彈簧（彈性常數 k ）所構成的垂直震盪系統，在彈簧質量不可以被忽略的情形下，它的週期可以近似為 $T = 2\pi\sqrt{\frac{m+m_s}{k}}$ ，其中 m_s 為彈簧的有效質量。請設計實驗，測量彈簧的有效質量。

一、實驗器材：

【請清點下列器材，如有短缺請立即報告補齊，自行準備之器材不在補發或提供之範圍內。】

器材名稱	規格	數量
尼龍線	(30 cm)	1 條
筷子		1 根
膠帶	透明	1 卷
直尺	45 cm	2 支
剪刀	一般	1 支
A4 紙	80 磅	2 張
方格紙	1 mm	2 張
砝碼	50g	1 個
砝碼	20g	2 個
砝碼	10g	5 個
碼表	最小刻度 0.01s	1 個
計算器	工程用	1 個
彈簧		1 條

【以上器材不一定全部需要用到。】

【器材清單以外材料皆不能使用。】

二、說明：

- 請先核對試題及答案卷上之編號與您的編號是否相同，若不同請立即報告。
- 實驗報告請書寫於答案卷上(第 1 ~ 3 頁)，內容必須包含實驗設計原理、實驗步驟、數據記錄、計算作圖及結果、實驗討論。
- 實驗操作過程之評審，主要依據實驗報告，所以務必在報告中詳細記載。
- 實驗完畢後，請將所有器材還原桌面收拾乾淨。

【參考實驗步驟】

1. 將筷子，用膠帶固定在桌邊（筷子露出桌邊的長度不要過長）。
2. 量彈簧長度，記作 ℓ_0 。
3. 裁一段適當長的尼龍線，並將全部砝碼（ $40\text{ g} + 10\text{ g} \times 5$ ）掛上，並且綁在彈簧的一端。
4. 將彈簧的另一端掛在露出桌邊的筷子上。
5. 首先測量掛上砝碼後，彈簧靜止的長度，記作 ℓ 。
6. 用手把砝碼托著，使彈簧回復到原長後，自由釋放砝碼，使其成為一個垂直震盪系統，同時記下來回五次經過原釋放點的時間，記為 $5T$ （其中 T 表此震盪系統的週期）。
7. 重覆步驟 7 次後，扣除最大和最小之值，留下 5 次數值。
8. 逐一拿下 10 g 的砝碼後，即改變不同的懸掛在彈簧上的砝碼重量，重覆步驟 5~7。

【參考實驗數據】

1. 推算過程：

從 $mg = k\Delta x$ ，在 $\Delta x - m$ 圖中（x 軸為彈簧懸掛重；y 軸為彈簧伸長量 Δx ，即 $\Delta x = \ell - \ell_0$ ）可得到關係式：

$$\boxed{\Delta x = \left(\frac{g}{k}\right)m}$$

此時，圖中的趨勢線的斜率為 $\frac{g}{k}$ ，並記為 a 。

$$\text{且 } k = \frac{mg}{\Delta x}$$

利用 $T = 2\pi\sqrt{\frac{m+m_s}{k}}$ ，及 $k = \frac{mg}{\Delta x}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow T^2 &= 4\pi^2 \frac{m}{k} + 4\pi^2 \frac{m_s}{k} \\ &= 4\pi^2 \cancel{m} \frac{\Delta x}{\cancel{m}g} + \frac{4\pi^2}{k} m_s \\ &= \frac{4\pi^2}{g} \Delta x + \frac{4\pi^2}{k} m_s\end{aligned}$$

在 $T^2 - \Delta x$ 的關係圖（x 軸為 Δx ，y 軸為週期平方 T^2 ）中，可得到其趨勢線關係式為：

$$\boxed{T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \Delta x + \frac{4\pi^2}{k} m_s}$$

此時，此趨勢線斜率為 $\frac{4\pi^2}{g}$ ，記作 b； T^2 軸 (y 軸) 的截距為 $\frac{4\pi^2}{k}m_s$ ，記作 c。

所以，藉由

$$a = \frac{g}{k}$$

$$b = \frac{4\pi^2}{g}$$

$$c = \frac{4\pi^2}{k}m_s$$

可得 $m_s = \frac{c}{ab}$

其中 a 為 $\Delta x - m$ 關係圖中之斜率；b 為 $T^2 - \Delta x$ 關係圖中之斜率；c 為 $T^2 - \Delta x$ 的關係圖之截距。

2. 實驗記錄：

$$\ell_0 = 0.05m$$

重量 m (kg)	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
彈簧長度 ℓ (m)	0.0930	0.105	0.120	0.132	0.147
5 次週期 $5T$ (s)					
1	2.64	2.86	3.05	3.27	3.45
2	2.42	2.84	3.08	3.30	3.41
3	2.52	2.84	3.03	3.21	3.43
4	2.68	2.84	3.09	3.33	3.43
5	2.56	2.83	3.06	3.18	3.52
6	2.63	2.85	3.02	3.29	3.45
7	2.56	2.80	3.03	3.22	3.52
平均	2.58	2.84	3.05	3.26	3.46
T (週期)	0.52	0.57	0.61	0.65	0.69
T^2 (單位 s^2)	0.267	0.323	0.372	0.425	0.478

m (kg)	Δx (m)
0.05	0.043
0.06	0.055
0.07	0.070
0.08	0.082
0.09	0.097

Δx (m)	T^2 (s^2)
0.043	0.267
0.055	0.323
0.070	0.372
0.082	0.425
0.097	0.478

此時，此趨勢線斜率為 $\frac{4\pi^2}{g}$ ，記作 b； T^2 軸 (y 軸) 的截距為 $\frac{4\pi^2}{k}m_s$ ，記作 c。

所以，藉由

$$a = \frac{g}{k}$$

$$b = \frac{4\pi^2}{g}$$

$$c = \frac{4\pi^2}{k}m_s$$

可得 $m_s = \frac{c}{ab}$

其中 a 為 $\Delta x - m$ 關係圖中之斜率；b 為 $T^2 - \Delta x$ 關係圖中之斜率；c 為 $T^2 - \Delta x$ 的關係圖之截距。

2. 實驗記錄：

$$\ell_0 = 0.05m$$

重量 m (kg)	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
彈簧長度 ℓ (m)	0.0930	0.105	0.120	0.132	0.147
5 次週期 $5T$ (s)					
1	2.64	2.86	3.05	3.27	3.45
2	2.42	2.84	3.08	3.30	3.41
3	2.52	2.84	3.03	3.21	3.43
4	2.68	2.84	3.09	3.33	3.43
5	2.56	2.83	3.06	3.18	3.52
6	2.63	2.85	3.02	3.29	3.45
7	2.56	2.80	3.03	3.22	3.52
平均	2.58	2.84	3.05	3.26	3.46
T (週期)	0.52	0.57	0.61	0.65	0.69
T^2 (單位 s^2)	0.267	0.323	0.372	0.425	0.478

m (kg)	Δx (m)
0.05	0.043
0.06	0.055
0.07	0.070
0.08	0.082
0.09	0.097

Δx (m)	T^2 (s^2)
0.043	0.267
0.055	0.323
0.070	0.372
0.082	0.425
0.097	0.478