

九十八學年度高級中學自然學科競賽第十區複賽

物理科實驗試題第二題參考解

一、實驗設計理論基礎

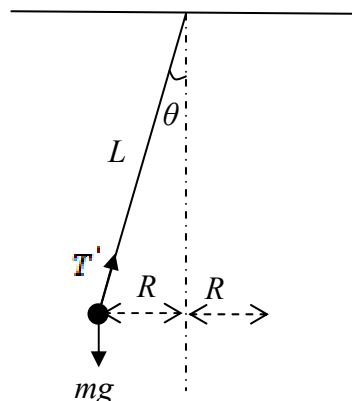
利用簡協振盪(S.H.M.)的原理，以固定的振盪週期做為量測沙漏的時間單位。

Part A.

在擺長 L 且擺錘質量 m 的單擺中，若以小角度(約5度內)振盪時，將可符合簡協振盪，若對擺錘做力圖分析可得：

$$\begin{cases} T' \cos\theta = mg \\ T' \sin\theta = F_c = ma_c = m \frac{4\pi^2 R}{T^2} \end{cases}$$

，其中 F_c 為向心力， a_c 為向心加速度， g 為重



力加速度， T' 為繩張力， R 為振盪振幅，因此可計算出振盪週期 $T = \frac{4\pi^2 R}{g \tan\theta}$ ，

在小角度振盪的情況下， $\tan\theta = \sin\theta = \frac{R}{L}$ ，因此 $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ ，由此式可知，當單擺處於簡協振盪的條件時，其振盪週期只與擺長有關。

Part B.

將彈力系數為 k 的彈簧垂直懸掛，並在末端掛上質量 m 的重物，當彈簧伸長 x 後達平衡點。接著從平衡點處向下拉 x' 的長度，彈簧與重物將在釋放後做簡協運動，由

$$kx' = F_c = ma_c = m \frac{4\pi^2 x'}{T^2} \text{ 可知振盪週期 } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

利用平衡點處的靜力平衡可知 $kx = mg \mid \frac{m}{k} = \frac{x}{g}$ ，因此週期振盪可由彈簧的

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{x}{g}}$$

初始長度與靜力平衡後的彈簧長度得知：

二、 實驗步驟

Part A.

Step1. 架起支架，並在橫桿(免洗筷子)上綁一條棉線。

Step2. 在棉線末端綁上重物。

Step3. 測量棉線長度。

Step4. 使重物偏離平衡點，其偏離角度不超過 5 度。

Step5. 釋放重物，同時讓沙漏開始流動。

Step6. 在沙漏漏完前，數單擺經過的週期數。

Step7. 藉著擺長算出週期，並乘上週期數，該值便為沙漏漏完所需時間。

Part B.

Step1. 測量彈簧初始長度。

Step2. 將彈簧掛在免洗筷子上，並在末端掛上重物。

Step3. 測量彈簧處於平衡點時的長度。

Step4. 將重物向下拉，使其偏離平衡點。

Step5. 釋放重物，同時讓沙漏開始流動。

Step6. 在沙漏漏完前，數重物經過的週期數。

Step7. 藉著彈簧的初始長度與靜力平衡後的彈簧長度算出週期，並乘上週期數，該值便為沙漏漏完所需時間。

三、 數據紀錄

Part A.

| 單擺擺長：0.683m | | | | | | |
|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 平均 |
| 週期數 (次) | 107 | 107 | 107 | 107 | 107 | 107 |

Part B.

| 彈簧原長：0.05m 靜力平衡後的彈簧長度：0.418m | | | | | | |
|------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 平均 |
| 週期數 (次) | 153 | 153 | 153 | 153 | 153 | 153 |

四、 計算分析和實驗結果

Part A.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.683}{9.8}} = 1.659 \text{ (s)}$$

由 $1.659 \times 107 = 177.513 \text{ (s)} = 2.959 \text{ (l)}$ ，乘上週期數 107 後，得沙漏漏完所需時間為 $1.659 \times 107 = 177.513 \text{ (s)} = 2.959 \text{ (l)}$ 。

Part B.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{x}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{(0.418 \pm 0.05)}{9.8}} = 1.218 \text{ (s)}$$

由 $1.218 \times 153 = 186.354 \text{ (s)} = 3.106 \text{ (l)}$ ，乘上週期數 153 後，得沙漏漏完所需時間為 $1.218 \times 153 = 186.354 \text{ (s)} = 3.106 \text{ (l)}$ 。

五、 實驗討論

由 Part A、B 得知，沙漏漏完所需時間約為 3 分鐘。由於實驗時間相較於簡協振盪的週期較長，因此建議調整擺長長度，擺長較長將方便於週期數的計數。此外，在沙漏漏完時，重物不一定已回到速率為零的最高點，因此以整數型態的週期數做計算容易造成誤差，若擺長越短，使單位時間越短時，誤差便可降低，因此擺長的設定將需要多次考慮。至於彈簧部分，由於簡協振盪週期已被彈力系數與重物質量決定，因此要縮短誤差的方法只能依靠偏離平衡點的長度，若使偏離平衡點的長度越大，將有助於判斷週期數的小數部分，藉此縮短誤差。