

高雄市九十八學年度高級中學自然學科競賽複賽

物理科實驗試題第二題

一、實驗設計理論基礎

此次實驗是利用能量守恆的原理。擺錘在擺動時，主要是因滑輪本身的輪軸轉動時，產生磨擦力作功。使得擺錘擺動高度逐漸減少，此位能差即為磨擦力作功，進而求得磨擦係數。(註：忽略其他磨擦力的影響。)

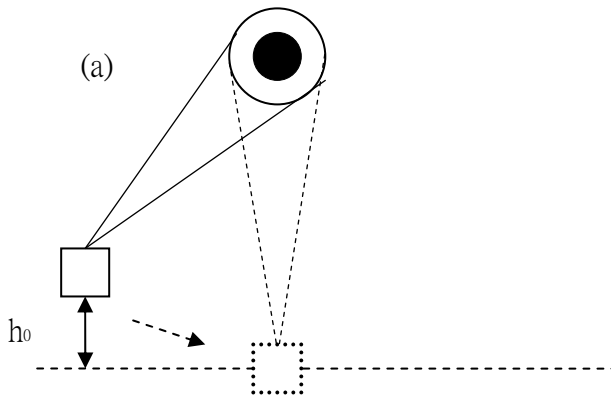
Part A.

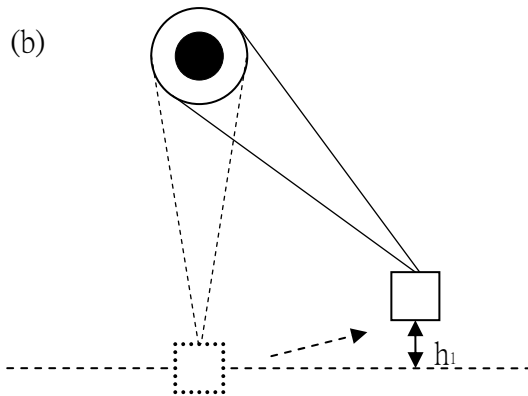
固定擺長 L (從滑輪的軸心到擺錘質心的垂直距離)(cm)及擺錘 m (g)。假設在滑輪的右邊起始高度為 h_0 ，將擺錘連續擺動時，擺錘盪到左邊的高度為 h_1 (如圖一(a)、(b)所示)；擺錘再盪回右邊的高度為 h_2 ，依此類推可得 h_3 、 h_4 ... h_f 。因此依照能量守恆可寫成：

$$\begin{aligned} mgh_0 &= mgh_1 + w_1 \\ mgh_1 &= mgh_2 + w_2 \\ &\vdots \\ mgh_{f-1} &= mgh_f + w_f \end{aligned} \quad (1) \text{式}$$

由(1)式，得 $mg(h_0 - h_f) = w_1 + w_2 + \dots + w_f$

其中 $w_1 + w_2 + \dots + w_f = W_{\text{total}}$ 為滑輪本身損耗磨擦力所作的功。





圖一：擺錘擺動示意圖。

Part B.

擺錘要進行擺動時，雖然要克服滑輪轉軸上的最大靜摩擦力 μ_s ，但最大靜摩擦力並沒有作功。因此，在(1)式中求得摩擦力的功 W_{total} ，即為動摩擦力 (μ_k)所作的功。因此摩擦力 W_{total} 可寫成：

$$W_{total} = F_k \times R \times \theta'_{total} \quad (2)式$$

其中 R 為滑輪軸心的半徑、 θ'_{total} 為高度 h_0 到高度 h_r 之間所經過的路徑。

由(2)式可求得 F_k 為動摩擦力。

而 $F_k = \mu_k \times N$ ，即可求得動摩擦力係數 (μ_k)。

二、實驗步驟

- Step1. 架起支架，將滑輪固定在橫桿上，必須使滑輪不會偏轉。
- Step2. 在棉線末端綁上掛碼(可自行選擇掛碼的重量，但實驗中須固定)。
- Step3. 將量角器固定在滑輪的後方。
- Step4. 在滑輪上做個記號，以便觀察角度偏轉的情形。
- Step5. 固定初始高度 h_0 ，即固定初使角度。
- Step6. 記錄角度的變化。
- Step7. 藉由公式(1)、(2)求出 μ_k 。

三、數據紀錄

固定同一個滑輪其輪軸 $R=0.20$ (cm)、固定擺長 $L=56.00$ (cm)、固定掛碼 $m=50$ (g)及固定初始角度=9.00 (度)。另外以 90.00(度)的位置為基準點。

原始數據：

	α_0	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
量角器上的角度(°)	99.00	82.00	98.50	82.50	98.00	83.00	97.50

	ϕ_0	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	ϕ_5	ϕ_6
與量角器上 90° 位置所夾的角度(°)	9.00	8.00	8.50	7.50	8.00	7.00	7.50

(ϕ 角所代表的角度，如圖二所示)

θ_0 為從高度 h_0 擺動到高度 h_1 時所經過的角度[如圖一(a)、(b)]，

$$\therefore \theta_0 = |\phi_0 + \phi_1| = |9.00 + 8.00| = 17.00(^{\circ})$$

同理：

$$\theta_1 = |\phi_1 + \phi_2| = |8.00 + 8.50| = 16.50(^{\circ})$$

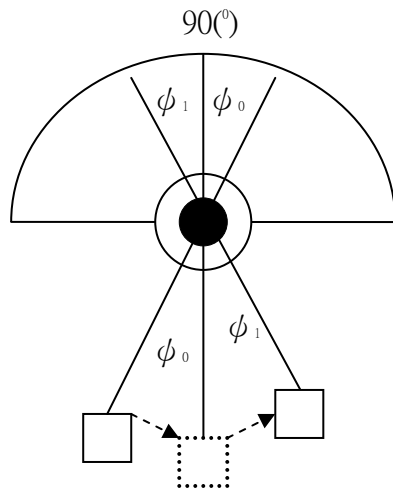
$$\theta_2 = |\phi_2 + \phi_3| = |8.50 + 7.50| = 16.00(^{\circ})$$

$$\theta_3 = |\phi_3 + \phi_4| = |7.50 + 8.00| = 15.50(^{\circ})$$

$$\theta_4 = |\phi_4 + \phi_5| = |8.00 + 7.00| = 15.00(^{\circ})$$

$$\theta_5 = |\phi_5 + \phi_6| = |7.00 + 7.50| = 14.50(^{\circ})$$

$$\theta_{\text{total}} = \theta_0 + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 = 17.00 + 16.50 + 16.00 + 15.50 + 15.00 + 14.50 = 94.5(^{\circ})$$



圖二：量角器與滑輪裝置的示意圖。

四、計算分析和實驗結果

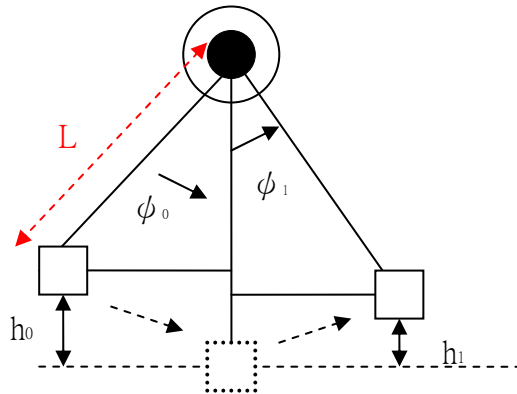
Part A.

由圖三，可得 $h_0 = L(1 - \cos \phi_0)$ ，以及數據紀錄的部分

同理可得：

$$\begin{array}{l}
 h_1 = L(1 - \cos \phi_1) \\
 \vdots \\
 h_6 = L(1 - \cos \phi_6)
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{l}
 h_0 = 0.56 \times (1 - 0.988) = 6.72 \times 10^{-3} (m) \\
 h_1 = 0.56 \times (1 - 0.990) = 5.60 \times 10^{-3} (m) \\
 \vdots \\
 h_6 = 0.56 \times (1 - 0.991) = 5.04 \times 10^{-3} (m)
 \end{array}$$

因此(1)式中， $mg(h_0-h_6)=W_{total}$ ， $W_{total}=W_1+W_2+\dots+W_6$
 $W_{total}=50\times 10^{-3}\times 9.8(6.72\times 10^{-3}-5.04\times 10^{-3})=8.23\times 10^{-4}$



圖三：將圖一(a)簡化的示意圖

在由(2)式中

$$W_{total} = F_k \times R \times \theta'_{total} = F_k \times 0.20 \times 10^{-2} \times \theta'_{total} = 8.23 \times 10^{-4} \text{，其中}$$

$$\theta'_{total} = \frac{\theta_{total} \times 2\pi}{360} = 1.65 \text{ (rad) } (\theta_{total} \text{ 為角度應轉換成徑度 } \theta'_{total})$$

$$8.23 \times 10^{-4} = F_k \times 0.20 \times 10^{-2} \times 1.65$$

$$F_k = 0.25$$

$$\text{而 } F_k = \mu_k \times N$$

$$\therefore F_k = 0.25 = \mu_k \times N$$

其中 N 為正向力，但從圖四可知 N 會隨 ϕ 變化而改變。

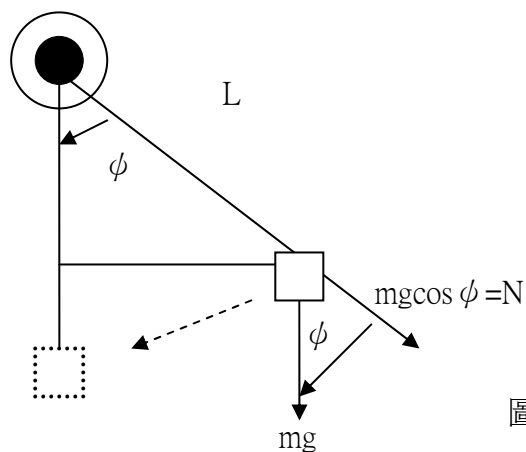
因此，需利用積分的方式才可求得 N

但因為初始角度為 9° ，得 $\cos 9^\circ = 0.988 \approx 1$

所以在此假定正向力 N 為定值 mg

$$\therefore F_k = 0.25 = \mu_k \times N = \mu_k \times m \times g = \mu_k \times 0.05 \text{ (kg)} \times 9.8$$

$$\text{得 } \mu_k \approx 0.51$$



圖三：擺錘正向力改變的示意圖

五、實驗討論

1. 將滑輪固定在橫桿上時，讓擺錘擺動時滑輪不會跟著晃動才行。
2. 此實驗主要是藉由位能的能量差來求得摩擦力，因此需觀察高度的變化。但高度變化不容易觀察。因此可轉化成，較易觀察的角度之變化。
3. 在滑輪上標記的記號，每次實驗皆需校正對準自行所取的基準點。
4. 此系統可擬想成單擺擺動，因此週期 $T \propto \sqrt{L}$ 。所以棉線可取長一點，擺動的時間就會慢一點，此可較好紀錄角度的變化。
5. 在擺動擺錘時，應盡可能的與滑輪平行，以免變成錐動擺。
6. 此實驗無法一次就很精確的紀錄其角度的變化，因此應多次測量後，求取平均以增加準確度。