

# 九十八學年度高中數理及資訊學科能力競賽第八區複賽

## 物理科實驗試題第二題參考解

### 一、實驗設計原理(含解題)：

設單擺之週期  $P$  與擺錘質量  $m$ 、擺長  $l$  及重力加速度  $g$  之間的關係為

$$P = km^x l^y g^z$$

週期  $P$  的因次為 T、擺錘質量  $m$  的因次為 M、擺長  $l$  的因次為 L、重力加速度  $g$  的因次為  $LT^{-2}$ ，代入上式中

$$\text{式左側} = T$$

$$\text{式右側} = kM^x L^y (LT^{-2})^z = kM^x L^y L^z T^{-2z} = kM^x L^{y+z} T^{-2z}$$

左右兩側因次相等

$$\text{從 M 可知 } 0 = x$$

$$\text{從 L 可知 } 0 = y + z$$

$$\text{從 T 可知 } 1 = -2z$$

整理後求得

$$x = 0, y = \frac{1}{2}, z = -\frac{1}{2}$$

所以

$$P = km^0 l^{\frac{1}{2}} g^{-\frac{1}{2}} = k \sqrt{\frac{l}{g}}$$

由實驗證明  $P$  與  $m$ 、 $l$  之關係時，先控制變因分別求出  $P$  與  $m$  及  $P$  與  $l$  之次方關係來分別驗證次方關係是否正確後，再求出所有操縱變量配合次方數之整體乘積與應變變因的線性關係式。

亦即固定擺長固定地點以小擺角測量各種擺錘質量  $m$  下之週期  $P$  data 後，取對數找出  $m$  與  $P$  之次方關係  $x$ ；接著，固定擺錘質量固定地點以小擺角測量各種擺長  $l$  下之週期  $P$  data 後，取對數找出  $l$  與  $P$  之次方關係  $y$ ；驗證  $x$  是否為 0、 $y$  是否為 0.5；最後看看  $P$  與  $m^x l^y$  之關係是否成線性，就可證明出週期與擺錘質量和擺長的關係了。

### 二、實驗步驟：

1. 固定擺長  $l$  測量週期  $P$  與擺錘質量  $m$  之關係，取對數後找出次方關係  $x$  值，驗證  $x$  是否為 0。
2. 固定擺錘質量  $m$  測量週期  $P$  與擺長  $l$  之關係，取對數後找出次方關係  $y$  值，驗證  $y$  是否為 0.5。
3. 計算作圖看看週期  $P$  與  $l^0 m^{0.5}$  之是否成線性關係，即可驗證由因次分析所得

之  $P$  與  $m$ 、 $l$  的關係。

### 三、數據記錄：

固定地點，保持擺角不超過  $5^\circ$  測量得到以下數據：

(1) 單擺週期與擺錘質量之關係：

擺長  $l = 86.10(\text{cm})$

擺錘質量 $m(\text{g})$	$10P(\text{s})$	週期 $P(\text{s})$
24.00	18.59	1.859
47.78	18.53	1.853
71.39	18.65	1.865
94.86	18.94	1.894
118.60	18.56	1.856
142.53	18.62	1.862
166.09	18.91	1.891
189.75	18.84	1.884
213.14	18.87	1.887
236.90	18.72	1.872

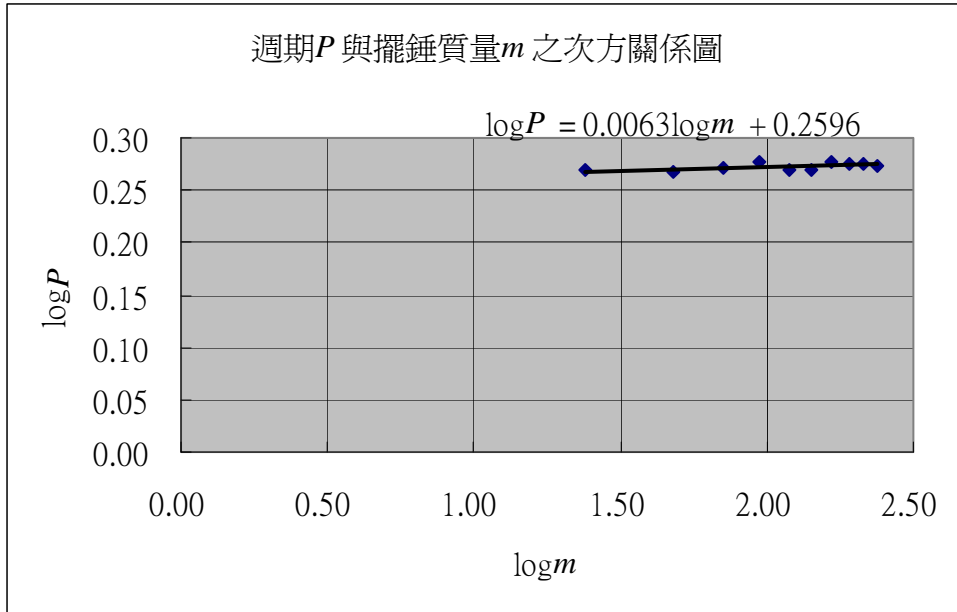
(2) 單擺週期與擺長之關係：

擺錘質量  $m = 24.00(\text{g})$

擺長 $l(\text{cm})$	$10P(\text{s})$	週期 $P(\text{s})$
132.30	23.25	2.325
103.00	20.56	2.056
96.90	19.34	1.934
86.50	18.75	1.875
78.80	17.88	1.788
73.20	17.16	1.716
62.40	15.96	1.596
54.10	15.03	1.503
46.00	13.69	1.369
34.60	11.75	1.175

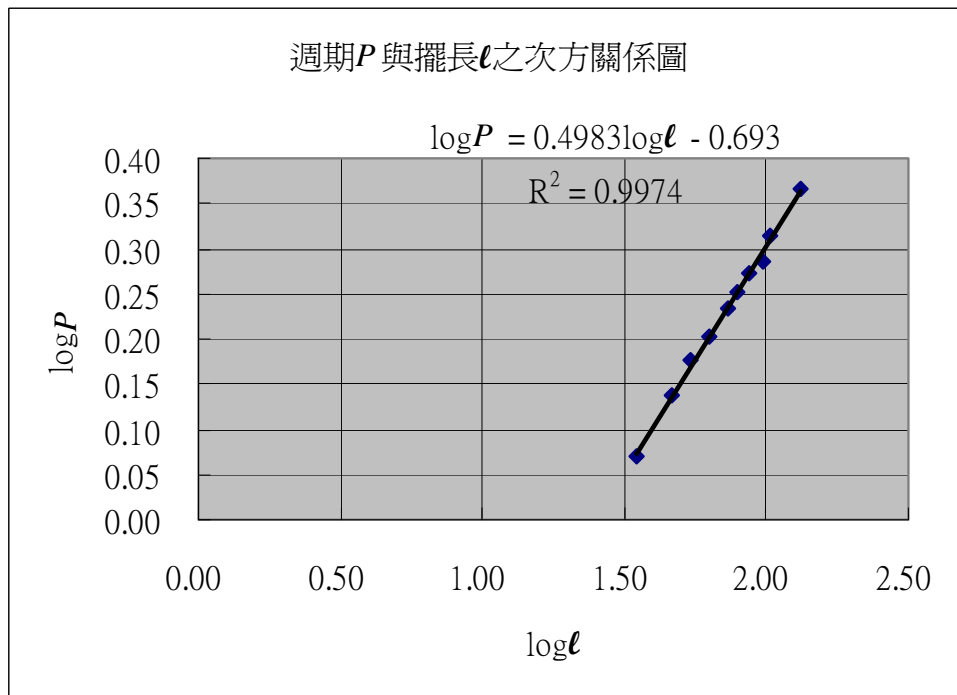
### 四、計算作圖及結果：

1. 繪圖找週期  $P$  與擺錘質量  $m$  之次方關係，驗證是否為 0：



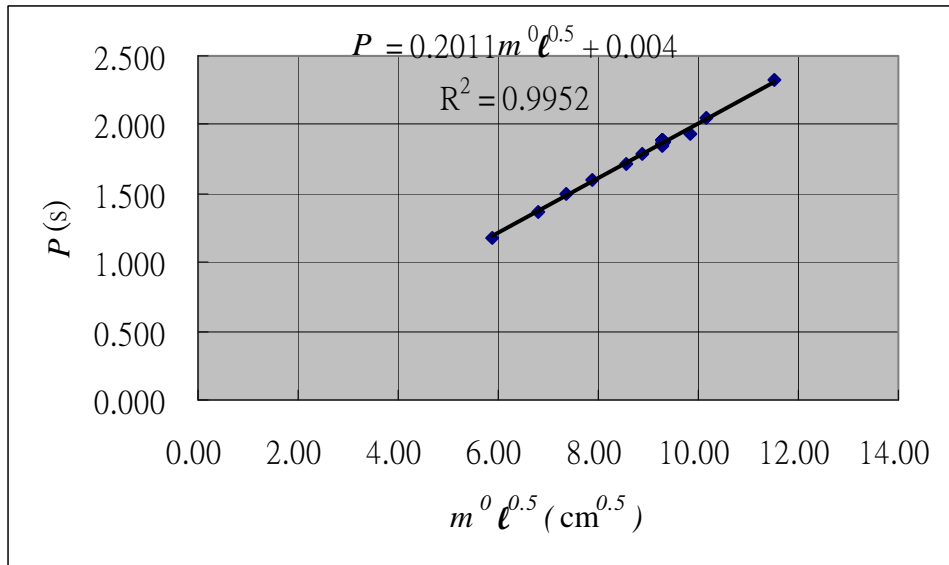
得週期 $P$ 與擺錘質量 $m$ 的次方關係 $x$ 為 $0$ ，即 $P$ 與 $m^0$ 成正比，也就是週期 $P$ 與擺錘質量 $m$ 無關

2.繪圖找週期 $P$ 與擺長 $l$ 之次方關係，驗證是否為 $0.5$ ：



得週期 $P$ 與擺長 $l$ 的次方關係 $y$ 為 $0.5$ ，即 $P$ 與 $l^{0.5}$ 成正比

3.繪圖驗證週期 $P$ 與擺錘質量 $m$ 的 $0$ 次方乘以擺長 $l$ 的 $0.5$ 次方乘積之關係：



實驗結果：由圖上明顯看出週期  $P$  與  $m^0 l^{0.5}$  成正比，與最初因次分析求得結果相符。進一步計算可得  $P=0.00+0.20 l^{0.5}$ ，與  $P = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$  比較，將實驗場所之

$g=9.8\text{m/s}^2=980\text{cm/s}^2$  代入計算得  $P = 0.20\sqrt{l}$ ，也是相符的結果。

##### 五、實驗討論：

1. 由於單擺週期不大，為減少誤差，取十週期使總時間增長再取平均值可得較佳之週期量測結果。
2. 由於螺絲帽並非質點，測量擺長時應該由擺線固定點量至螺絲帽之質心處。
3. 單擺的擺角千萬別太大，原則上必須保持在小於  $5^\circ$  的擺角進行。
4. 當螺絲帽數量較多時，應將其整齊堆疊固定避免相對位移造成誤差。